Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Unidad Xochimilco

DIVISIÓN DE CIENCIAS BIOLÓGICAS Y DE LA SALUD

DEPARTAMENTO ATENCIÓN A LA SALUD

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN SALUD DE LOS TRABAJADORES
MÓDULO III PATOLOGÍA Y LEGISLACIÓN LABORAL

NOTAS DE CURSO

TALLER DE ESTADÍSTICA II. PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Elaborado: Dra. Mireya Zamora Macorra

INTRODUCCIÓN

El uso adecuado de la estadística es fundamental en el área de la salud, particularmente en lo concerniente a los trabajadores. Su utilidad en distintos escenarios es bien conocida, pues es una de las muchas herramientas de análisis, que permite plantear y probar hipótesis de trabajo. Desde sus conceptos más básicos permite hacer la lectura de los grandes registros nacionales e internacionales, en el caso de salud laboral, información sobre accidentes y enfermedades.

En el tercer trimestre de la Maestría en Ciencias en la Salud de los Trabajadores los estudiantes ya han planteado un problema de investigación en el área laboral, también ya cursaron un primer taller de estadística que les permitió aprender los conceptos generales de la estadística descriptiva e inferencia estadística, por lo que para este taller los estudiantes serán capaces de identificar la distribución de las variables de estudio y la prueba que me permitirá contrastar la hipótesis su trabajo.

Por lo que el Taller de Estadística II del módulo Patología y Legislación Laboral ha sido diseñado para que el estudiante pueda identificar las características de diferentes pruebas bivariadas que tienen como objetivo comparar diversos grupos de contraste o categorías de sus variables de estudio. Por ello, se busca que alumno revise los fundamentos generales de cada prueba, su aplicación práctica y su ejecución e interpretación en el programa estadístico computacional, manteniendo el vínculo con los ejemplos de su aplicación en estudios concretos.

En el Taller de Estadística II se hará énfasis en pruebas que permiten comparar dos o más grupos, esto permitirá la asimilación de las técnicas y modelos específicos que se revisarán en el Taller de Estadística III del siguiente módulo.

El taller busca que los estudiantes desarrollen un aprendizaje significativo, la presentación está estructurada con una parte teórica breve donde se detalla los conceptos generales de las pruebas, sus supuestos generales y fórmulas, posterior a ello se realizan ejercicios con el programa JMP donde se aplican los conceptos generales, finalmente se revisa la interpretación de los resultados en el programa. Los estudiantes realizan una en casa donde deberán aplicar los conceptos revisados en clase. De esta manera se busca una conjugación entre lo teórico y lo práctico. De acuerdo con los objetivos de la Maestría, en el taller no se enfatizará la base matemática de la estadística, sino que se pretende desarrollar la capacidad de interpretar las informaciones generadas por los diferentes procedimientos de análisis estadístico y emplear las técnicas estadísticas como herramientas de investigación.

Objetivos

Al término del curso los estudiantes:

- Conocerán las principales pruebas estadísticas que se usan en el campo de Salud en el Trabajo.
- Identificarán la correcta aplicación de cada una de las pruebas y la lógica que subyace a cada una de ellas.
- Realizarán la interpretación de los resultados de las pruebas y los trasladarán a información que le permitirá tomar decisiones.
- Sistematizarán la información obtenida en cuadros y gráficas que proporcionen información útil.
- Aprenderán a realizar las pruebas en el programa JMP

Estructura de las clases

Sesiones	Contenido
1	**Prueba *t* de Student** Se describirán los principales supuestos de la prueba T de Student. *Prueba para varianzas conocidas *Prueba para varianzas desconocidas e iguales *Prueba para varianzas desconocidas y desiguales *Prueba t pareada Se realizarán ejercicios prácticos en JMP **Análisis de varianza, ANOVA** Se describirán los principales supuestos usados en el Análisis de Varianza. *ANOVA de una vía Se realizarán ejercicios prácticos en JMP Material: Pizarrón, marcadores de colores, proyector y programa JMP.
2	Análisis de correlación *Covarianza *Coeficiente de correlación de pearson *Matriz de correlación. Se realizarán ejercicios prácticos en JMP

	Prueba de χ2 Se describirán los supuestos de la prueba y sus diferentes utilidades. Prueba de independencia Prueba Exacta de Fisher Se realizarán ejercicios prácticos en JMP Material: Pizarrón, marcadores de colores, proyector y programa JMP.
3	**Pruebas no paramétricas** -U de Mann Whitney-Suma de rangos de Wilcoxon -Prueba de los Signos -Prueba de los Rangos con signos de Wilcoxon -Kruskal Wallis -Análisis de Varianza de Friedman Se realizaran ejercicios prácticos en JMP Material: Pizarrón, marcadores de colores, proyector y programa JMP. **Repaso y dudas**
4	**Evaluación**

Bibliografía

Libros

- Bowers, D.(2014).Medical Statistics from Scratch, Third Edition. Wiley Black well : UK Kumar P. ANOVA (Analysis of Variance)
- Daniel, W., W. (2002). Bioestadística: base para el análisis de las ciencias de la salud. 4a edición. Limusa
- Dawson, G. (2009). Interpretación fácil de la bioestadística. ELSEVIER: España
- Rosner, B.(2015). Fundamentals of Biostatistics, 8th edition, CENGAGE Lerning: USA.
- Triola, M. (2009). Estadística. 10ª edición. Pearson: México

Artículos

- Chiang, M., Gómez, N. & Sigoña, M. (2013). Factores psicosociales, stress y su relación con el desempeño: comparación entre centros de salud. Salud trab. (Maracay), Jul.-Dic., 21(2):111-128
- Molina., L. y cols (2007). Determinación y estandarización de plomo en sangre en operarios de estaciones de servicio del Estado Mérida. Acta Bioquímica Clínica Latinoamericana; 41 (2): 229-36
- Shikdara, A. &, Das B. (2003) The relationship between worker satisfaction and productivity in a repetitive industrial task. Applied Ergonomics 34: 603–610

Sitios electrónicos

- Llopis, P., J. (s/f).La estadística: Una orquesta hecha instrumento. Curso de Estadística.Recuperado: https://estadisticaorquestainstrumento.wordpress.com/about/

- P. Reyes. (2009). Curso de actualización en Ingeniería de calidad. Recuperado**:** http://slideplayer.es/slide/3393259/
- https://es.wikipedia.org/wiki/William_Sealy_Gosset
- https://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_t_de_Student
- http://www.aulavirtual-exactas.dyndns.org/
- https://www.linkedin.com/pulse/anova-analysis-variance-kumar-p
- https://statistics.laerd.com/statistical-guides/one-way-anova-statistical-guide.php
- http://wongbakerfaces.org/
- Wikipedia: File: Correlation examples.png
- https://vimeo.com/115188874
- http://www.ats.ucla.edu/stat/stata/whatstat/default.htm

Otros

- La Madrid, H. (2010) Material adaptado de la materia de Bioestadística 1 del Instituto Nacional de Salud Pública.
- Noriega, M. (2000) Material adaptado del Módulo Epidemiología Laboral de la Maestría en Ciencias en Salud de los Trabajadores.

Diapositivas para clases

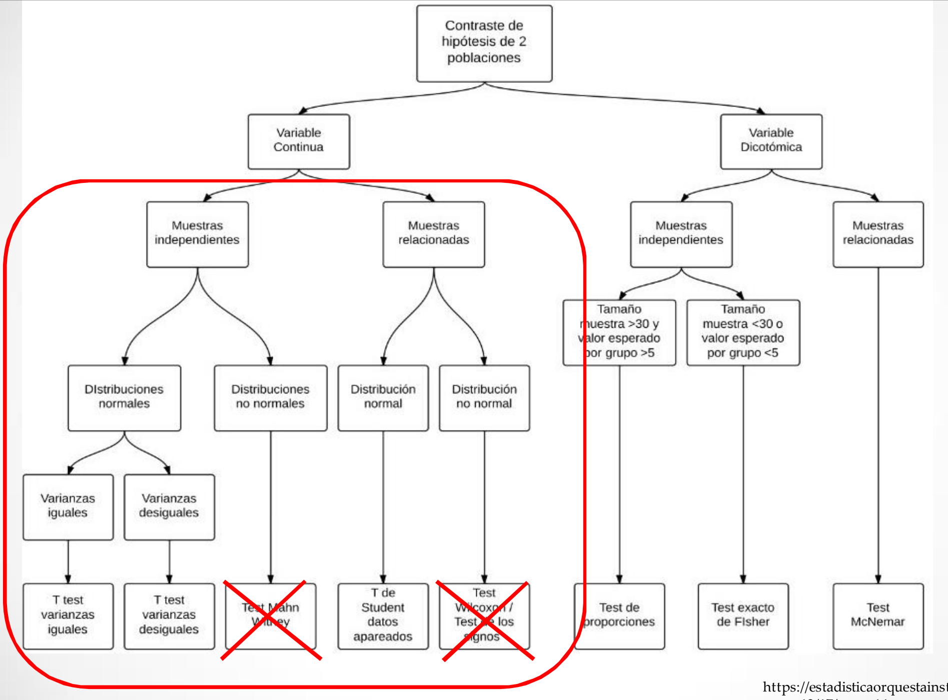
1. Prueba t de Student

A) Prueba para varianzas conocidas

B) Prueba para varianzas desconocidas

C) Prueba para varianzas desconocidas y diferentes

D) Prueba t pareada



https://estadisticaorquestainstrumento.wordpress.com/2012/12/17/tema-14-comparacion-de-dos-poblaciones/

Necesitamos:

Å 2 variables:

- 1 Categórica (2 grupos)
- 1 Continua (Media y Desviación estándar)

Compara dos grupos

Responde a la pregunta: ¿Hay diferencia significativa entre las medias de dos grupos?

¿Qué es la prueba “t” ?

Å **Definición:**

Es una prueba estadística para evaluar si dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a su medias.

Se simboliza por “ t ”

Hipótesis a probar: Hipótesis de investigación propone que los grupos difieren significativa

De diferencia entre dos grupos. Las medias difieren significativamente entre sí y la hipótesis nula no difieren significativamente

Å H_0 : µ1=µ2

Å H_a : µ1 < µ2

µ1 > µ2

µ1 Í µ2

Condiciones:

Å Se utiliza en muestras pequeñas de 30 o menos elementos.

Å La desviación estándar de la población no se conoce.

Supuestos

Å Muestras aleatorias simples independientes

Å Extraídas de poblaciones que siguen una distribución normal

Å Varianzas conocidas e iguales

Muestras independientes

Definiciones

Dos muestras son **independientes** si los valores muestrales seleccionados de una población no están relacionados, apareados o asociados de alguna manera con los valores muestrales seleccionados de la otra población.

Dos muestras son **dependientes** (o consisten en **datos apareados**) si los miembros de una muestra se pueden usar para determinar los miembros de la otra muestra. [Las muestras que consisten en datos apareados (por ejemplo, datos de esposo/esposa) son dependientes. Además de los datos muestrales apareados, la dependencia también puede ocurrir con muestras relacionadas a través de asociaciones tales como miembros de la familia]. (En este libro usaremos el término *datos apareados*, ya que describe mejor la naturaleza de los datos).

TRIOLA pp. 469

Características:

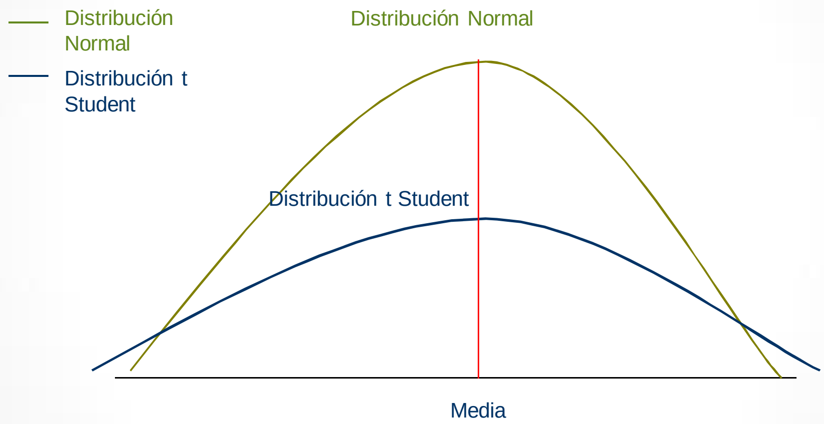
La distribución T-Student es menor en la media y más alta en los extremos que una distribución normal.

Tiene mayor parte de su área en los extremos que la distribución normal.

Fórmula general

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

Comparación entre Normal y T Student



Å La T de Student no es una distribución única, de hecho se modifica de acuerdo al tamaño de la muestra

T de Student

William S. Gosset era químico y matemático inglés y trabajaba en el área de control de calidad de una cervecería (Guinness). Buscaba las mejores variedades de cebada para hacer una mejor cerveza.

Se dio cuenta que las muestras pequeñas no se distribuían como una normal.

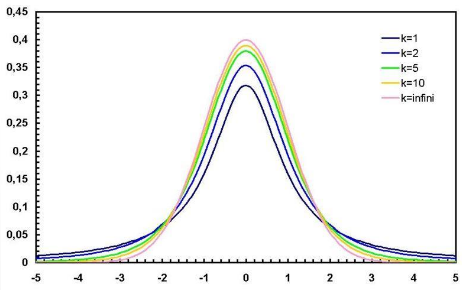
Publicaba sus trabajos con el pseudónimo de "Student"

https://es.wikipedia.org/wiki/William_Sealy_Gosset

T de Student

Å La T-Student es una familia de distribuciones cuya forma (curtosis y asimétria) están relacionados con el tamaño de muestra o los grados de libertad (df, degree of freedom) de la distribución.

La distribución será más aplanada cuando la muestra es más pequeña y se parece más a la normal conforme aumenta el tamaño.



https://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_t_de_Student

Existe un elemento importante en esta distribución, los grado de libertad o degree of freedom.

Para un distribución T-Student los grados de libertad se calculan de la siguiente manera: G.L. = n ï 1

Ejemplo:

Se tiene una muestra de 8 elementos con una media de 20.

Media= $\frac{a+b+c+d+e+f+g}{8}$ =20

G.L.= n ï 1

=8-1= 7

A) Muestreo a partir de poblaciones con distribución normal: varianzas conocidas

Estadística de prueba para probar Ho

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

S1 y S2 conocidas
En realidad, las desviaciones estándar poblacionales s1 y s2 casi nunca se conocen, pero si son conocidas, el estadístico de prueba y el intervalo de confianza están basados en una distribución normal y no en una distribución *t*.

Ejercicio

- Un equipo de investigadores desea saber si los datos que han recolectado proporcionan la evidencia suficiente para indicar una **diferencia** entre las concentraciones medias de ácido úrico en el suero de individuos normales e individuos con Sx de Down.

	n	media	varianza
Sx Down	12	4.5mg/dl	1
Normales	15	3.4mg/dl	1

Ejercicio tomado de:
Daniels (2002) Bioestadística

Å 1. Hipótesis:

- Ho: $\mu 1 = \mu 2$
- H_A: $\mu 1 \neq \mu 2$

Å 2. Regla de decisión: α = 0.05, los valores críticos de z son ± 1.96.

Å 3. Cálculo del estadístico:

$$z = \frac{(4.5 - 3.4)}{\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{15}}} = 2.82$$

Å 4. Regla de decisión: rechazo Ho por que 2.82 > 1.96

Å 5. Conclusión: de acuerdo con estos datos hay indicios de que las medias de las poblaciones son diferentes.

En stata

```
ttesti 12 4.5 1 15 3.4 1

Two-sample t test with equal variances
------------------------------------------------------------------------------
         |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      12         4.5    .2886751           1     3.86463     5.13537
       y |      15         3.4    .2581989           1    2.846218    3.953782
---------+--------------------------------------------------------------------
combined |      27    3.888889    .2170334    1.127739     3.44277    4.335008
---------+--------------------------------------------------------------------
    diff |                 1.1    .3872983                .3023441    1.897656
------------------------------------------------------------------------------
    diff = mean(x) - mean(y)                                      t =   2.8402
Ho: diff = 0                                     degrees of freedom =       25
```

Ha: diff < 0 Pr(T < t) = 0.9956 | Ha: diff != 0 Pr(|T| > |t|) = 0.0088 | Ha: diff > 0 Pr(T > t) = 0.0044

Ejercicio

Se realizó un estudio para comparar el grado de lesión lumbar (en un escala de 0 a 5) en trabajadores que estiban cajas comparados con los que están laborando en oficina.
Se obtuvieron los siguientes datos:

Muestra	n	Media	Desviación estándar
Oficinistas	74	1.6	1.2
Estibadores	79	2.1	1.1

¿Hay evidencia para decir que son diferentes con un 99% de confianza ?

Paso 1 Plantear hipótesis
Ho: $\mu 1 = \mu 2$
H_A: $\mu 1 \neq \mu 2$

Paso 2. Establecer los valores críticos, : $\alpha = 0.01$, los valores críticos de z son ± 2.58.

Paso 3
Hacer el calculo

$$z = \frac{(2.1 - 1.6)}{\sqrt{\frac{1.1^2}{79} + \frac{1.2^2}{74}}} = 2.69$$

Como 2.69 es mayor que 2.58 decimos que si hay diferencias significativas.

```
. ttesti 74 1.6 1.1 79 2.1 1.2

Two-sample t test with equal variances
```

	Obs	Mean	Std. Err.	Std. Dev.	[95% Conf.	Interval]
x	74	1.6	.1278724	1.1	1.345151	1.854849
y	79	2.1	.1350105	1.2	1.831215	2.368785
combined	153	1.85817	.0950717	1.175972	1.670337	2.046002
diff		-.5	.1864865		-.8684598	-.1315402

```
    diff = mean(x) - mean(y)                                      t =  -2.6812
Ho: diff = 0                                     degrees of freedom =      151

    Ha: diff < 0                 Ha: diff != 0                 Ha: diff > 0
 Pr(T < t) = 0.0041         Pr(|T| > |t|) = 0.0082          Pr(T > t) = 0.9959
```

B) Prueba de hipótesis con distribución normal: varianzas desconocidas e iguales

- En este caso es adecuado ponderar las varianzas de la muestra por medio de la siguiente fórmula:

$$s^2p = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

La estadística de prueba para probar Ho se obtiene:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s^2p}{n_1} + \frac{s^2p}{n_2}}}$$

Ejemplo

- Un grupo de investigadores colectó datos acerca de las concentraciones de amilasa en el suero de muestras de individuos sanos y hospitalizados. Desean saber si es posible concluir que las medias de las poblaciones son **distintas.**

	n	media	Desviación estándar
Sanos	15	96	35
Hospitalizados	22	120	40

Ejemplo tomado de: http://www.aulavirtual-exactas.dyndns.org/

- 1. Supuestos:
  - Muestras aleatorias simples independientes
  - Extraídas de poblaciones que siguen una distribución normal
  - Varianzas iguales
- 2. Hipótesis:
  - Ho: $\mu 1 = \mu 2$
  - H_A: $\mu 1 \neq \mu 2$

Ponderación de varianzas

$$s^2p = \frac{21(40)^2 + 14(35)^2}{22 + 15 - 2} = 1450$$

Å 3. Regla de decisión: $\alpha = 0.05$, los valores críticos de *t* son ± 2.06

Å 4. Cálculo del estadístico:

$$t = \frac{(120-96)}{\sqrt{\frac{1450}{15} + \frac{1450}{22}}} = 1.88$$

Å 5. regla de decisión: no se puede rechazar Ho por que 1.88< 2.06

Å 6. Conclusión: de acuerdo con estos datos no es posible concluir que las dos medias de la población son diferentes.

Ejercicio

Un estudio de los investigadores Eidelman *et al.* (A-6) tiene como objetivo examinar las características de destrucción pulmonar en personas que fuman cigarros antes de desarrollar un marcado enfisema pulmonar. Se practicaron mediciones de tres índices de destrucción pulmonar en los pulmones de personas longevas que no fumaban y en personas con tabaquismo que murieron repentinamente fuera del hospital por causas no respiratorias. Una calificación alta indica un mayor daño pulmonar. En la tabla 7.3.1 se muestran las calificaciones producidas, para uno de los índices de destrucción pulmonar de una muestra de nueve personas que no fuman y 16 fumadores. Se pretende saber si es posible concluir, con base en los datos, que las personas que sí fuman, en general, tienen los pulmones más dañados que las personas no fumadoras, como lo indican las mediciones.

No fumadores:	18.1,	6.0,	10.8,	11.0,	7.7,	17.9,	8.5,	13.0,	18.9
Fumadores:	16.6,	13.9,	11.3,	26.5,	17.4,	15.3,	15.8,	12.3,	18.6,
	12.0,	24.1,	16.5,	21.8,	16.3,	23.4,	18.8		

FUENTE: D. H. Eidelman H. Ghezzo, W. D. Kim y M. G. Cosio, "The Destructive Index and Early Lung Destruction in Smokers", *American Review of Respiratory Disease, 144*, 156-159.

Daniel, pp. 231

1. Hipótesis:
- Ho: m1 = m2
- HA: m1 ≠ m2

2. Ponderación de varianzas

$$s^2p = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

3. Regla de decisión: a = 0.05, los valores críticos de t son ± 2.0687

4. Cálculo del estadístico: $t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s^2p}{n_1} + \frac{s^2p}{n_2}}}$

$\bar{x}_S = 17.5$, s_S 4.4711, $\bar{x}_{NS}$ 12.4, $s_{NS} = 4.8492$

$$s_p^2 \frac{15(4.4711)^2 + 8(4.8492)^2}{15+8} = 21.2165$$

Ahora se calcula

$$t = \frac{(17.5-12.4)-0}{\sqrt{\frac{21.2165}{16} + \frac{21.2165}{9}}} = 2.6573$$

8. Decisión estadística. Se rechaza H_0 porque 2.6573 > 2.0687, es decir, 2.6573 cae dentro de la región de rechazo.

Daniel, pp. 232

C) Prueba de Hipótesis con distribución normal: varianzas desconocidas y desiguales

- La estadística de prueba para probar Ho se obtiene:

$$t' = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^{\,2}}{n_1} + \frac{s_2^{\,2}}{n_2}}}$$

- Para obtener los grados de libertad, se utiliza la fórmula de Satterwhite
- d' se aproxima al entero más cercano para buscar en tablas

$$d' = \frac{\left(\frac{s_1^{\,2}}{n_1} + \frac{s_2^{\,2}}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^{\,2}}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^{\,2}}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

Å Un grupo de investigadores quiere saber si dos poblaciones **difieren** con respecto al valor medio del complemento de un suero particular.

	n	media	desviación estándar
Sanos	20	47.2	10.1
Enfermos	10	62.6	33.8

Å1. Supuestos:

- o Muestras aleatorias simples independientes
- o Extraídas de poblaciones que siguen una distribución normal
- o Varianzas desiguales

Å2. Hipótesis:

- o Ho: $\mu 1 - \mu 2 = 0$, H_A: $\mu 1 - \mu 2 \neq 0$

$$d' = \frac{\left(\frac{33.8^2}{10} + \frac{10.1^2}{20}\right)^2}{\frac{\left(\frac{33.8^2}{10}\right)^2}{9} + \frac{\left(\frac{10.1^2}{20}\right)^2}{19}} = 9.81$$

A 10 grados de libertad con 0.975 en tablas, t= 2.22

4. Cálculo del estadístico

$$t' = \frac{(62.6 - 47.2)}{\sqrt{\frac{33.8^2}{10} + \frac{10.1^2}{20}}} = 1.41$$

Â 5. regla de decisión: no se puede rechazar Ho por que 1.41< 2.22

Â 6. Conclusión: de acuerdo con estos datos no es posible concluir que las dos medias de la población son diferentes.

Ejercicio

Discriminación por edad

A continuación se muestran las edades de los solicitantes que tuvieron éxito y de los que no tuvieron éxito (según datos de "Debating the Use of Statistical Evidence in Allegations of Age Discrimination", de Barry y Boland, *American Statistician*, vol. 58, núm. 2).

Algunos de los solicitantes que no tuvieron éxito para obtener la promoción se quejaron de que hubo discriminación por edad en la competencia. Maneje los datos como muestras de poblaciones más grandes y utilice un nivel de significancia de 0.05 para poner a prueba la aseveración de que los solicitantes sin éxito provienen de una población con una edad media mayor que la de los solicitantes exitosos. Con base en el resultado, ¿parece haber discriminación por la edad?

Edades de solicitantes sin éxito
34 37 37 38 41 42 43 44 44 45 45 45 46 48 49 53 53 54 54 55 56 57 60

Edades de solicitantes con éxito
27 33 36 37 38 38 39 42 42 43 43 44 44 44 45 45 45 45 46 46 47 47 48 48 49 49 51 51 52 54

Sin éxito	Con éxito
$n = 23$	$n = 30$
$\bar{x} = 47.0$	$\bar{x} = 43.9$
$s = 7.2$	$s = 5.9$

Triola, pp. 472

La hipótesis alternativa es la expresión que no contiene igualdad, y la hipótesis nula es una expresión de igualdad, de manera que tenemos

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \qquad H_1: \mu_1 > \mu_2 \qquad \textbf{(aseveración original)}$$

Ahora procedemos con la suposición de que $\mu_1 = \mu_2$ o $\mu_1 - \mu_2 = 0$.

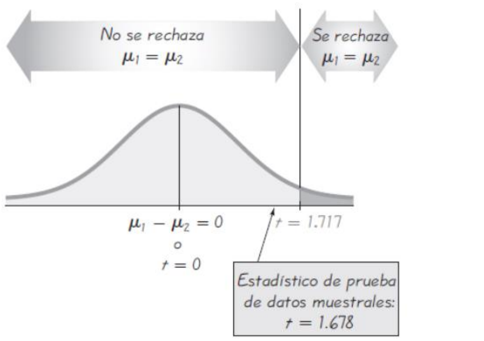
El nivel de significancia es $\alpha = 0.05$.

Puesto que tenemos dos muestras independientes y estamos probando una aseveración acerca de dos medias poblacionales, utilizamos una distribución t con el estadístico de prueba dado antes en esta sección.

El estadístico de prueba se calcula como sigue:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(47.0 - 43.9) - 0}{\sqrt{\frac{7.2^2}{23} + \frac{5.9^2}{30}}} = 1.678$$

Como estamos utilizando una distribución t, los valores críticos de $t = 1.717$ se encuentran en la tabla A-3. (Con una área de 0.05 en la cola derecha, buscamos el valor t correspondiente a 22 grados de libertad, que es el más pequeño de $n_1 - 1$ y $n_2 - 1$ [o el más pequeño de 22 y 29]). El estadístico de prueba, el valor crítico y la región crítica se muestran en la figura 9-2.



Ver Tablas t

Triola pp. 473

Actividad grupal

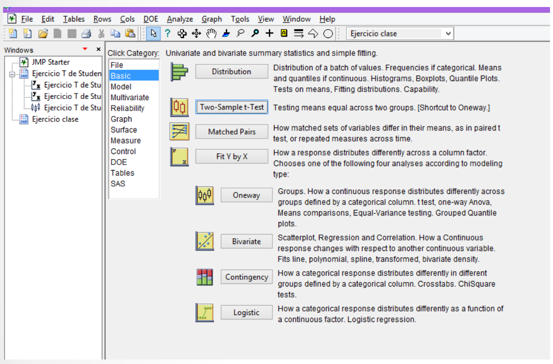
1) Analiza la información proporcionada en el cartel de "Race and Marriage in the Labor Market"
Observa los datos y las estadísticas

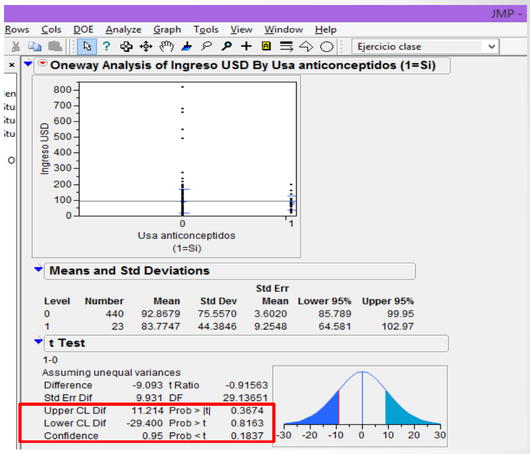
2)¿A que conclusiones llegas?

https://www.aeaweb.org/conference/2014/retrieve.php?pdfid=381

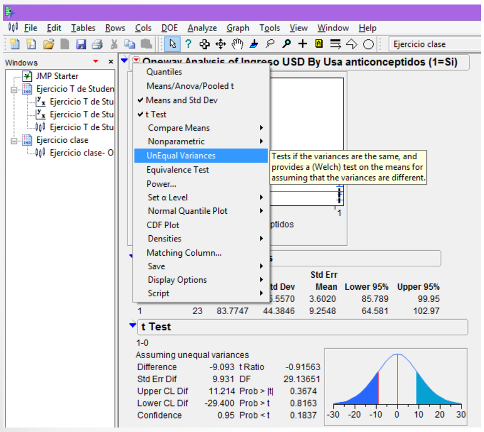
En JMP

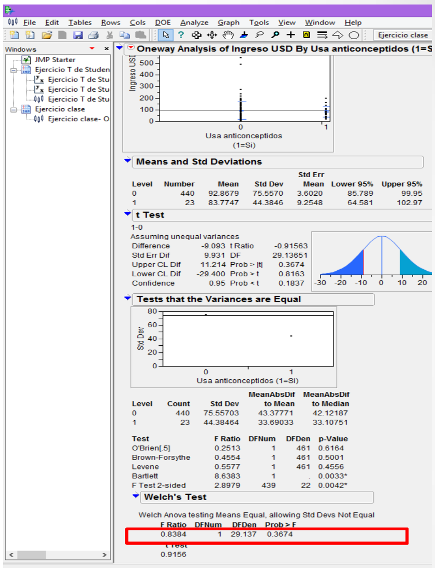
Base “Ejercicio T Student CLASE”





Prueba de igualdad de varianzas





La prueba de Ho dice que las varianzas son iguales, esperamos p>.05

D) Prueba t pareada

Muestras independientes y pareadas

Å Dos muestras son independientes cuando:
- Cada dato en una muestra no está relacionado con ningún dato particular de la otra muestra

Å Dos muestras son pareadas cuando :
- o Cada dato de la primera muestra está relacionado de manera única con un dato de la segunda muestra.

Estudio sobre uso de anticonceptivos y presión arterial sistólica en 10 mujeres

Sujetos	PAS_antes ao	PAS_desp ao
1	115	128
2	112	115
3	107	106
4	119	128
5	115	122
6	138	145
7	126	132
8	105	109
9	104	102
10	115	117

Rosner 2015, pp 282

¿Que procedimiento podemos usar para probar la hipótesis del estudio?

- ¿Prueba t de dos muestras?

- ¡NO! ¿por qué?
  - Violación al supuesto de independencia:
    - Hay dos mediciones por cada sujeto, si hacemos la prueba usando la prueba t de dos muestras obtendremos valores p e intervalos de confianza equivocados.

La Madrid H (2010)

Estudio sobre uso de anticonceptivos y presión arterial sistólica en 10 mujeres

Sujetos	PAS_antes ao	PAS_desp ao	Dif (d)
1	115	128	13
2	112	115	3
3	107	106	-1
4	119	128	9
5	115	122	7
6	138	145	7
7	126	132	6
8	105	109	4
9	104	102	-2
10	115	117	2

Prueba t pareada

Â Si la hipótesis nula fuera cierta entonces esperaríamos que aunque en algunas mujeres la presión sube y en otras baja, el promedio de las diferencias debería ser 0.

Â Definamos al parámetro D como la media de las diferencias antes-después. Entonces la hipótesis a probar sería

$$H_0 : \Delta = 0$$
$$vs$$
$$H_1 : \Delta \neq 0$$

Prueba t pareada

Â El estimador de Δ es…

$$\bar{d} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i,1} - x_{i,2}\right)$$

Â Sabemos que bajo H_0…

Varianza de las diferencias

$$\bar{d} \sim N(0, \sigma_d^2)$$

La Madrid H (2010)

Prueba t pareada

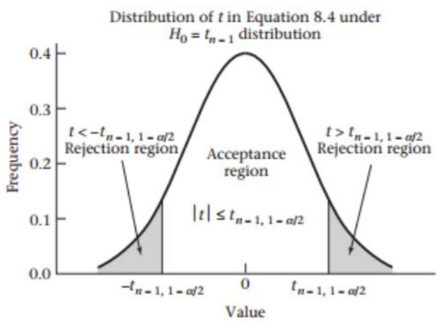
Â Como no conocemos la verdadera desviación estándar de las diferencias usamos la desviación estándar muestral de las diferencias!

Â Concluimos que la prueba t pareada es en realidad una **prueba t de una muestra** en la que el valor hipotético del parámetro de acuerdo a la hipótesis nula es 0.

La Madrid H (2010)

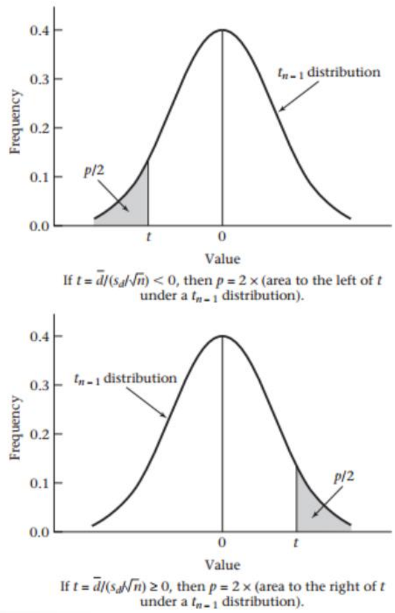
Regla de decisión

FIGURE 8.1 Acceptance and rejection regions for the paired *t* test



Rosner 2015, pp 283

FIGURE 8.2 Computation of the *p*-value for the paired *t* test



Rosner 2015, pp 284

Ejemplo

Sujetos	PAS_antes ao	PAS_desp ao	Dif (d)
1	115	128	13
2	112	115	3
3	107	106	-1
4	119	128	9
5	115	122	7
6	138	145	7
7	126	132	6
8	105	109	4
9	104	102	-2
10	115	117	2

Valor t, con 9 gl=2.622

Ejemplo

$$\bar{d} = 4.8$$

$$s_d = 4.57$$

$$t = \frac{\bar{d} - 0}{\sigma_d / \sqrt{n}} = \frac{\bar{d}}{\sigma_d / \sqrt{n}} = \frac{4.8}{1.44} = 3.33$$

El valor t de 3.33 > que 2.62 por lo que cae en la zona de rechazo.

Concluimos que hubo un incremento significativo en la presión arterial sistólica tras el uso de anticonceptivos orales.

Ejercicio

Nancy Stearns Burgess (A-11) condujo un estudio para determinar la pérdida de peso, la composición corporal, la distribución de grasa corporal y la tasa metabólica en reposo en individuos obesos antes y después de 12 semanas de tratamiento con dieta muy baja en calorías (DMBC), y comparar la hidrodensitometría con el análisis de impedancia bioeléctrica. Los 17 individuos (nueve mujeres y ocho hombres) que participaron en el estudio eran pacientes externos de un programa de tratamiento con base hospitalaria para la obesidad. Los pesos de las mujeres antes y después del tratamiento de 12 semanas de DMBC se muestran en la tabla 7.4.1. Se pretende saber si estos datos ofrecen suficiente evidencia que permita concluir que el tratamiento es eficaz para reducir el peso en mujeres obesas.

A:	117.3	111.4	98.6	104.3	105.4	100.4	81.7	89.5	78.2
D:	83.3	85.9	75.8	82.9	82.3	77.7	62.7	69.0	63.9

FUENTE: Permiso otorgado por Nancy Stearns Burgess.

Daniel, pp. 243

5. **Distribución de la estadística de prueba.** Si la hipótesis nula es verdadera, la estadística de prueba sigue una distribución t de Student con $n - 1$ grados de libertad.

6. **Regla de decisión.** Sea $\alpha = .05$. El valor crítico de t es -1.8595. Se rechaza H_0 si el valor calculado de t es menor o igual que el valor crítico. Las regiones de rechazo y no rechazo se muestran en la figura 7.4.1.

7. **Cálculo de la estadística de prueba.** A partir de las $n = 9$ diferencias d_i, se calculan las siguientes medidas descriptivas:

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{(-34.0)+(-25.5)+\cdots+(-14.3)}{9} = \frac{-203.3}{9} = -22.5889$$

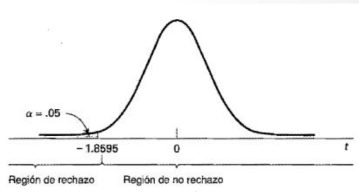
$$s_d^2 = \frac{\sum(d_i - \bar{d})^2}{n-1} = \frac{n\sum d_i^2 - (\sum d_i)^2}{n(n-1)} = \frac{9(4818.69)-(-203.3)^2}{9(8)} = 28.2961$$

$$t = \frac{-22.5889 - 0}{\sqrt{28.2961/9}} = \frac{-22.5889}{1.77314} = -12.7395$$

8. **Decisión estadística.** Se rechaza H_0 porque -12.7395 está en la región de rechazo.

9. **Conclusión.** Se puede concluir que el programa de dieta es eficaz.

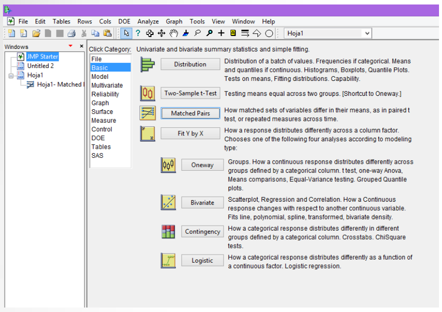
10. **Valor de p.** Para esta prueba, $p < .005$ porque $-12.7395 <$ 3554

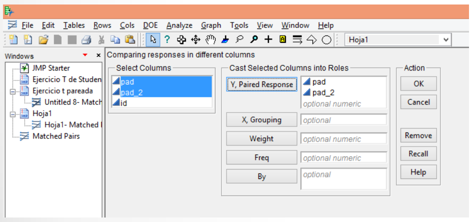


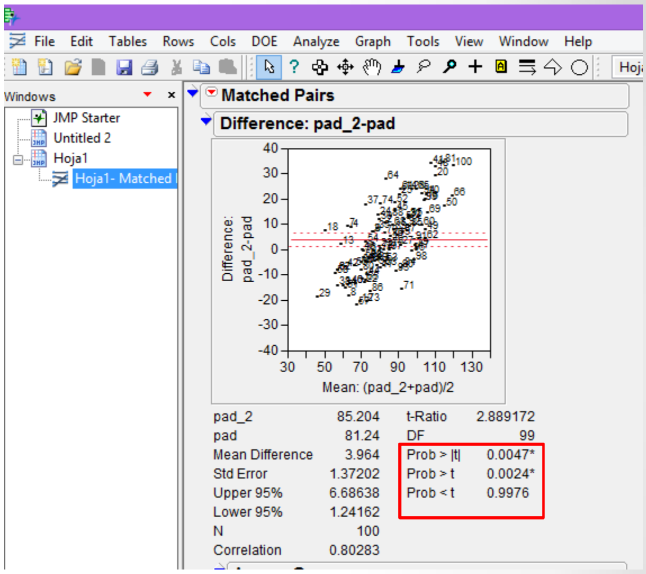
Daniel, pp. 245

En JMP

Base "Ejercicio T pareada CLASE"







2. ANOVA
Análisis de varianza

- ¿Qué necesito?
- Dos variables: 1 Categórica, 1 Continua
- ANOVA compara 3 o más grupos.

Análisis de varianza

- Hemos visto que la prueba T nos sirve para comparar la media de una variable entre dos grupos
- ¿Cómo podríamos comparar la media de una variable entre 3 grupos?

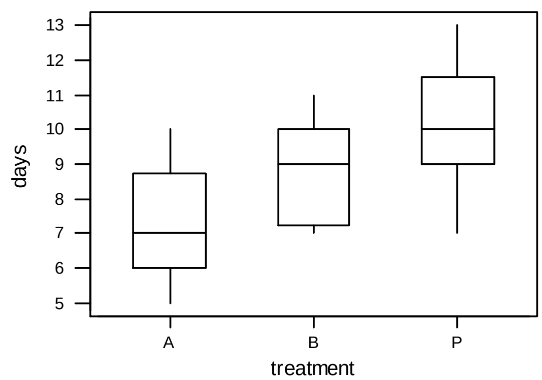
Con la prueba ANOVA!

Encontraremos diferencia significativa dependiendo de:

- La diferencia de medias
- Las desviaciones estándar de cada grupo.
- El tamaño de las muestras

La significancia de ANOVA depende del valor p y su estadístico F

Dispersión de los grupos



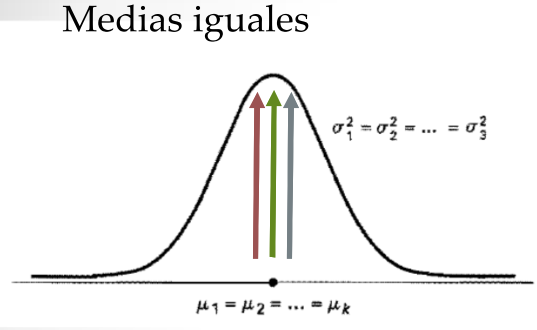
La prueba de hipótesis de ANOVA plantea:

H_0: Las medias de los grupos son iguales.

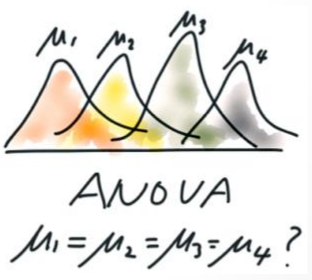
H_a: No todas las medias son iguales

Å No dice cuales grupos son diferentes.

Medias iguales



Medias diferentes



https://www.linkedin.com/pulse/anova-analysis-variance-kumar-p

Supuestos

Å Las poblaciones se distribuyen como una “normal”

Å Las poblaciones tiene la misma varianza (Homosedasticidad)

Å Los errores son independientes con distribución normal de media cero

Å La varianza se mantiene constante para todos los niveles del factor

Cómo funciona ANOVA

ANOVA mide dos fuentes de variación en los datos y compara su tamaño relativo.

- Variación ENTRE (BETWEEN) grupos

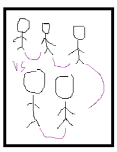
$$\left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)^2$$

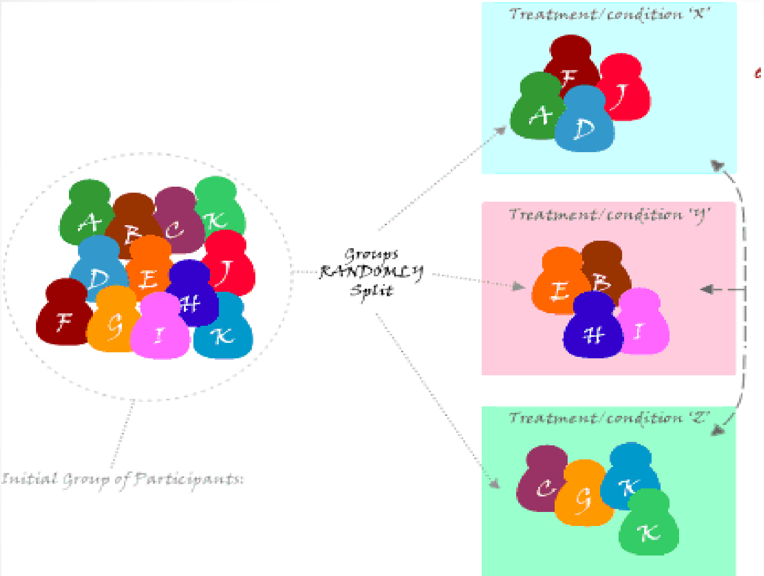
GRUPO A	GRUPO B	GRUPO C

- Variación DENTRO (WITHIN) grupos

$$\left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2$$

Grupo A





https://statistics.laerd.com/statistical-guides/one-way-anova-statistical-guide.php

Notación ANOVA

- n = Número de sujetos
- I = Número de grupos
- $\bar{X}$ = Media de todos los grupos

Grupo *i* tiene

- n_i = # de ind en grupo *i*
- x_{ij} = valor de individuos *j* en el grupo *i*
- $\bar{x}_i$ = media de grupo *i*
- s_i = DE de grupo *i*

Prueba de hipótesis

Ho: Todas las medias de los grupos son iguales

Ha: Al menos dos de los grupos son diferentes entre sí

¿Cómo lo probamos? Descomponiendo la variabilidad…

$$\underbrace{y_{ij} - \overline{y}}_{\text{Variabilidad total}} = \underbrace{(y_{ij} - \overline{y}_i)}_{\text{Variabilidad intra-grupo (within)}} + \underbrace{(\overline{y}_i - \overline{y})}_{\text{Variabilidad entre-grupos (between)}}$$

La Madrid H (2010)

El estadístico de ANOVA F es la razón de la Variación ENTRE (Between) el grupo de sujetos dividido entre la variación DENTRO (Within) :

$$F = \frac{Between}{Within} = \frac{MSG}{MSE}$$

Un valor de F grande indica que se rechaza H_0, lo que significa que hay mayor diferencia entre grupos que dentro de grupos.

La Madrid H (2010)

Å Si la variabilidad entre los grupos es mayor que la variabilidad dentro del grupo esto es evidencia de que las medias de al menos dos grupos son diferentes entre sí.

Å Si la variabilidad dentro de los grupos predomina, esto es evidencia a favor de la hipótesis nula

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij}-\bar{y}\right)^2}_{\text{Suma de cuadrados total}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij}-y_i\right)^2}_{\text{Suma de cuadrados ñwithinò}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}_{\text{Suma de cuadrados ñbetweenò}}$$

La Madrid H (2010)

$$\underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij}-\bar{y}\right)^2}{N-1}}_{\text{Varianza}}, \underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij}-y_i\right)^2}{N-k}}_{\text{Cuadrado medio ñwithinò}}, \underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}{k-1}}_{\text{Cuadrado medio ñbetweenò}}$$

•Para saber qué tan diferentes son la variabilidad "between" y la "within" podemos compararlas mediante una prueba F

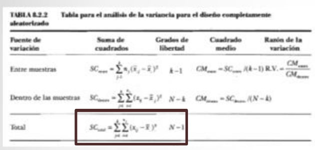
La Madrid H (2010)

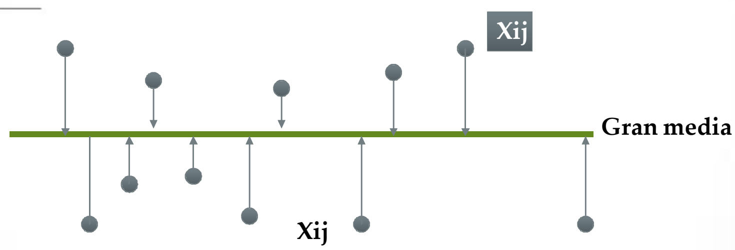
TABLA 8.2.2 Tabla para el análisis de la variancia para el diseño completamente aleatorizado

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	Razón de la variación
Entre muestras	$SC_{\text{entre}} = \sum_{j=1}^{k} n_j(\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2$	$k-1$	$CM_{\text{entre}} = SC_{\text{entre}}/(k-1)$	R.V. $= \frac{CM_{\text{entre}}}{CM_{\text{dentro}}}$
Dentro de las muestras	$SC_{\text{dentro}} = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij} - \bar{x}_{.j})^2$	$N-k$	$CM_{\text{dentro}} = SC_{\text{dentro}}/(N-k)$	
Total	$SC_{\text{total}} = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij} - \bar{x}_{..})^2$	$N-1$		

Daniel, pp. 308

ANOVA – Suma de cuadrados total

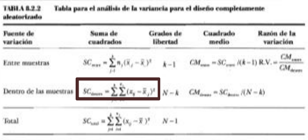


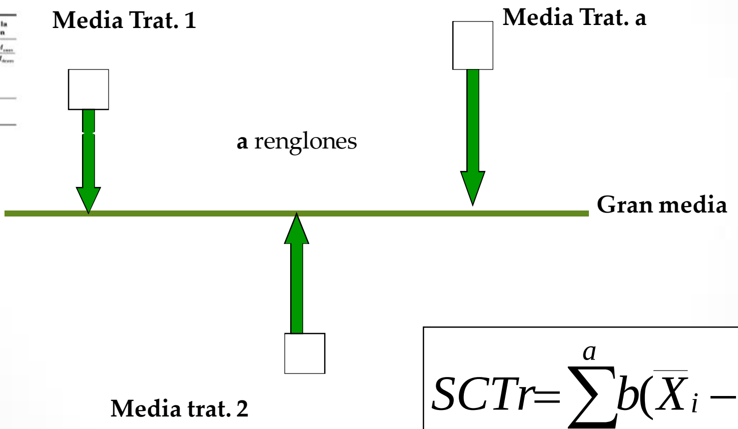


Reyes(2009). **Curso de actualización en Ingeniería de calidad** (http://slideplayer.es/slide/3393259/)

$$SCT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (Xij - \overline{X})^2$$

ANOVA – Suma de cuadrados de renglones (a)-tratamientos

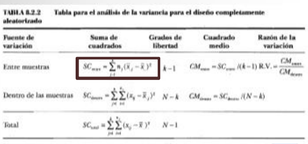


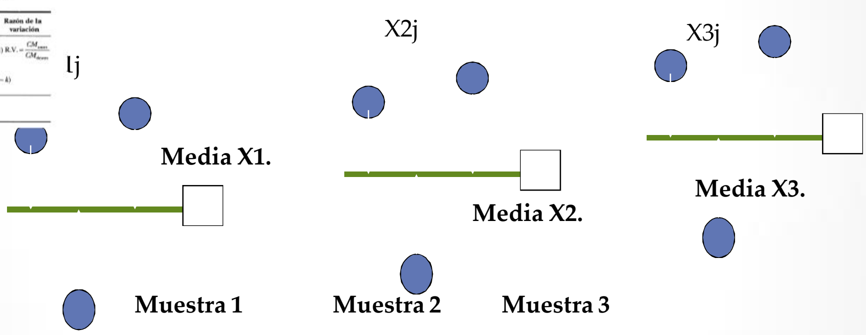


$$SCTr = \sum_{i=1}^{a} b(\overline{X}_i - \overline{X})^2$$

Reyes(2009). **Curso de actualización en Ingeniería de calidad** (http://slideplayer.es/slide/3393259/)

ANOVA – Suma de cuadrados del error

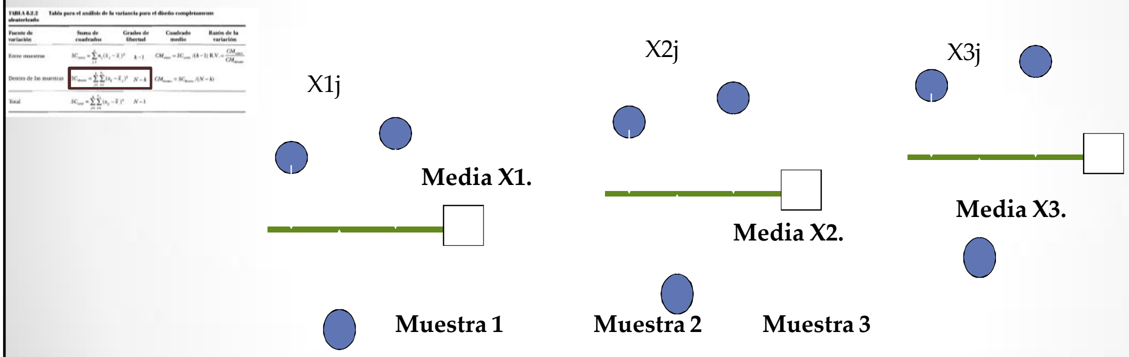




$$SCE = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (X_{ij} - \overline{X}_i)^2$$

Reyes(2009). **Curso de actualización en Ingeniería de calidad** (http://slideplayer.es/slide/3393259/)

ANOVA – Suma de cuadrados del error



$$\boxed{SCE = SCT - SCTr}$$

Reyes(2009). **Curso de actualización en Ingeniería de calidad** (http://slideplayer.es/slide/3393259/)

Prueba F para ANOVA

- Compara el cuadrado medio "between" con el "within", obteniendo el estadístico F
- El resultado se distribuye como una F con k-1,n-k grados de libertad
- Si $F > F_{k-1,\ n-k,\ 1-\alpha}$ se rechaza Ho y se concluye que al menos dos de las medias son diferentes.

La Madrid H (2010)

Comparaciones múltiples

Å Un segundo paso es realizar comparaciones por pares de grupos.

Å Hacer pruebas t "corrientes" es incorrecto pues…

- o Ignora el hecho de que la varianza es igual para todos los grupos
- o Si existen muchos grupos es posible que aparezcan diferencias significativas por puro azar.

Procedimiento de Bonferroni

Å Hace una prueba t tomando en cuenta la estimación de la varianza obtenida de la muestra completa.

Å Se utiliza para hacer comparaciones entre grupos *a posteriori*.

Å Realiza un ajuste al valor p de acuerdo al número de grupos en la muestra para evitar encontrar resultados significativos debidos al azar.

La Madrid H (2010)

Procedimiento de Bonferroni

Å Supongamos que queremos comparar las medias de 2 grupos específicos: 1 y 2, entre *k* grupos. Para probar la hipótesis $\mu_1=\mu_2$ vs. $\mu_1 \neq \mu_2$, hacemos lo siguiente:

- o Calculamos la estimación de la varianza s^2 a partir del Cme (Cuadrado medio entre).
- o Calculamos el estadístico de prueba:

$$t = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

- o Para una prueba bilateral a nivel a, sea

$$\alpha^* = \frac{\alpha}{\binom{k}{2}}$$

Å Si $t_{>tn-k,1-a^*/2}$ o $t<t_{n-k,a^*/2}$ rechazamos Ho.

Å Opcionalmente, se puede ajustar el valor p siguiendo la misma lógica.

$$p^* = \min\left[1, p\binom{k}{2}\right]$$

Otros a posteriori

- Métodos *Post-hoc (a posteriori*) Comparaciones no definidas con anterioridad, similares a Bonferroni:
  - Student-Newman-Keuls
  - Duncan
  - Tukey (o Tukey-Kramer)
  - Scheffé
  - Sidak

Utilizar solamente si resultado en ANOVA es $p<0,05$

Ejemplo
9 trabajadores con dolor de espalda

Tratamiento:
- Tx A
- Tx B
- Placebo

Medida: # de días hasta que el dolor desaparece
- 1 (5.3, 6.0, 6.7)
- 2 (5.5, 6.2, 6.4, 5.7)
- 3 (7.5, 7.2, 7.9)

Hay diferencias significativas?

Ejemplo

Hay tres grupos
- 1 (5.3, 6.0, 6.7)
- 2 (5.5, 6.2, 6.4, 5.7)
- 3 (7.5, 7.2, 7.9)

SUMMARY				
Groups	*Count*	*Sum*	*Average*	*Variance*
Column 1	3	18	6	0.49
Column 2	4	23.8	5.95	0.176667
Column 3	3	22.6	7.533333	0.123333

Salida

ANOVA						
Source of Variation	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*P-value*	*F crit*
Between Groups	5.127333	2	2.563667	10.21575	0.008394	4.737416
Within Groups	1.756667	7	0.250952			
Total	6.884	9				

Se obtiene de tablas, ubicando los df(gl)

1 menos el número de grupos

Número de datos – número de grupos

1 menos el número de individuos

Estadístico F, ANOVA

			WITHIN		BETWEEN	
			difference:		difference	
		group	data - group mean		group mean - overall mean	
data	group	mean	plain	squared	plain	squared
5.3	1	6.00	-0.70	0.490	-0.4	0.194
6.0	1	6.00	0.00	0.000	-0.4	0.194
6.7	1	6.00	0.70	0.490	-0.4	0.194
5.5	2	5.95	-0.45	0.203	-0.5	0.240
6.2	2	5.95	0.25	0.063	-0.5	0.240
6.4	2	5.95	0.45	0.203	-0.5	0.240
5.7	2	5.95	-0.25	0.063	-0.5	0.240
7.5	3	7.53	-0.03	0.001	1.1	1.188
7.2	3	7.53	-0.33	0.109	1.1	1.188
7.9	3	7.53	0.37	0.137	1.1	1.188
TOTAL				1.757		5.106
TOTAL/df				**0.25095714**		**2.55275**

Media: 6.44 F = 2.5528/0.25025 = 10.21575

Tabla de ANOVA

Construcción de la tabla de Análisis de Varianza:

Fuente de Variación	SS	gl	MS	F
Between	6,66	3	2,22	2, 42
Within	7,34	8	0,917	
Total	14,0	11		

$F^{3,8} = 2,42$

$F_{,05} = 4,07$

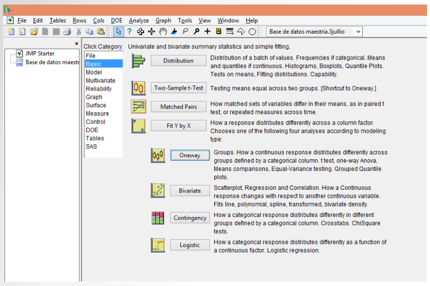
F crítico de la tabla de valores de F, con 3 y 8 gl
Se rechaza Ho solamente cuando el valor obtenido es mayor.

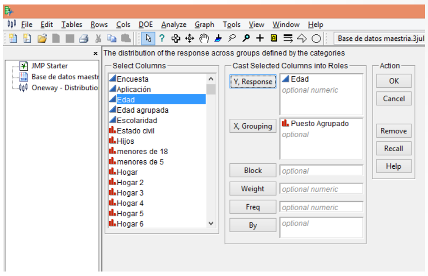
Tipos de Anova

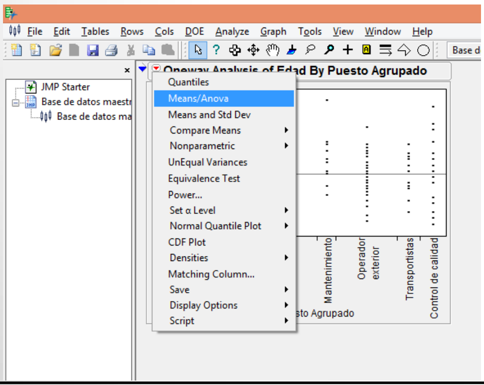
- Con un factor
- Con dos factores:
  - tres grupos (A, B, C)
  - género (M, F)
  - Interacción
- Con más de dos factores (NSE, género, religión)
- De medidas repetidas

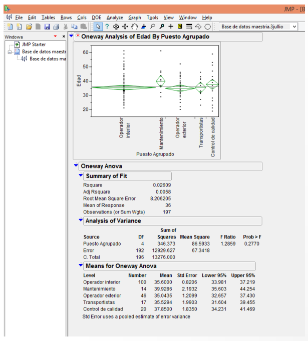
En JMP

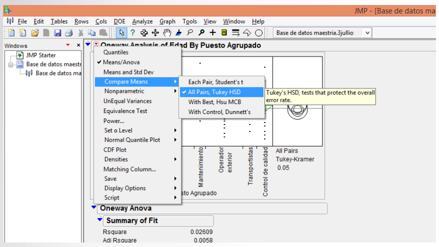
Base "Ejercicio ANOVA"





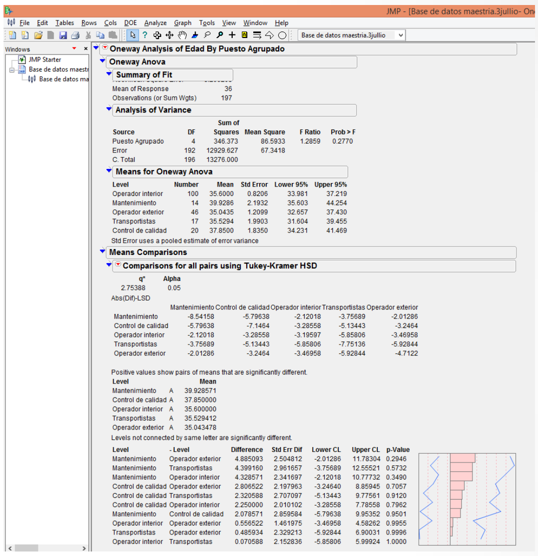






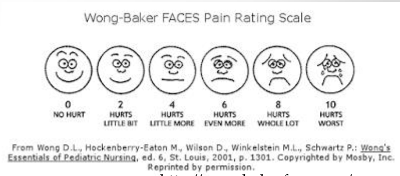
Prueba post hoc

¿Qué grupo es diferente?



Å Ejercicio en JMP

Å Se realizó un experimento para determinar si la presencia de música disminuía el nivel de dolor en un grupo de pacientes.



http://wongbakerfaces.org/

Audio Book	Music	Control
5	5	4
6	4	8
7	4	7
2	7	6
6	6	10
3	4	6
4	6	10
8	4	8
5	3	5
4	5	6

Tarea 1

Ver Anexo 1

Clase 1: T de Student y ANOVA

3. Análisis de Correlación: Covarianza, coeficiente de correlación y matriz de correlación.

Se requiere dos variables continuas

Covarianza

Å La covarianza es una medida de cuánto dos variables cambian juntas
Å La varianza es un caso especial de la covarianza donde ambas variables son idénticas.
Å Si dos variables tienden a variar juntas entonces la covarianza entre ambas variables será positiva.
Å Si una de ellas tiende a crecer cuando la otra tiende a decrecer entonces la covarianza entre ambas variables será negativa.

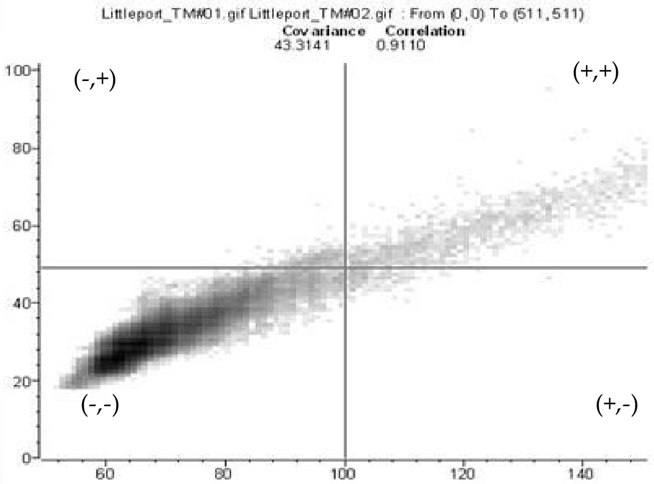
La Madrid H (2010)

Covarianza

$$s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{n-1}$$

La Madrid H (2010)

$$(x_i - \overline{x}, y_i - \overline{y})$$



Interpretación de la covarianza

La covarianza entre dos variables:

Cov(x,y) > 0: X e Y tienden a moverse en la misma dirección

Cov(x,y) < 0: X e Y tienden a moverse en direcciones opuestas.

Cov(x,y) = 0: X e Y no están relacionadas linealmente.

Limitaciones de la covarianza

- Depende de las unidades de las variables.
- Por ejemplo: una covarianza de 100 puede ser grande o pequeña dependiendo si queremos estimar la covarianza entre peso y estatura en metros o en centímetros.
- ¿Cómo podemos obtener una medida de la asociación lineal entre dos variables que sea estándar (no dependa de unidades)?

La Madrid H (2010)

Correlación

Supuestos

- Normalidad
- Independencia

Coeficiente de correlación

Å Mide la asociación lineal entre 2 variables

Å Coeficiente que toma rangos entre -1 y 1

Å El parámetro poblacional se identifica como rho (ρ) y el estimador muestral como (r)

Coeficiente de correlación de Pearson

Å La correlación entre 2 variables X y Y se define como:

La correlación muestral se define como

$$\rho = corr(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

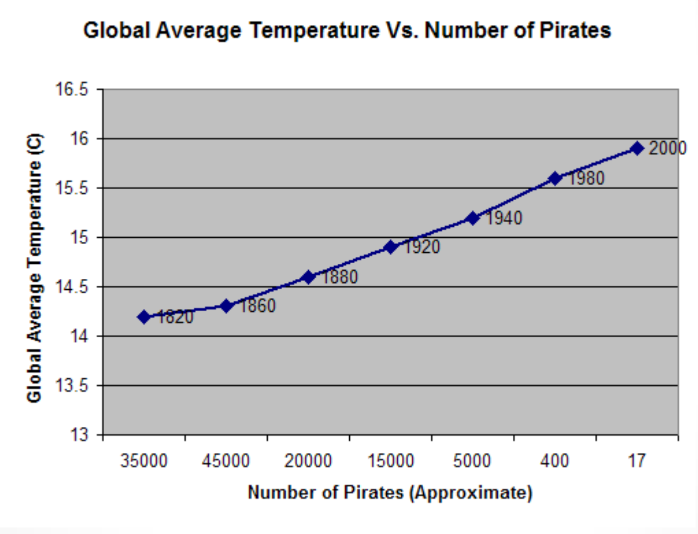
Es decir, la correlación es la covarianza de x,y, entre el producto de la desviación estándar de x por la desviación estándar de y

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

Correlación vs. Causalidad

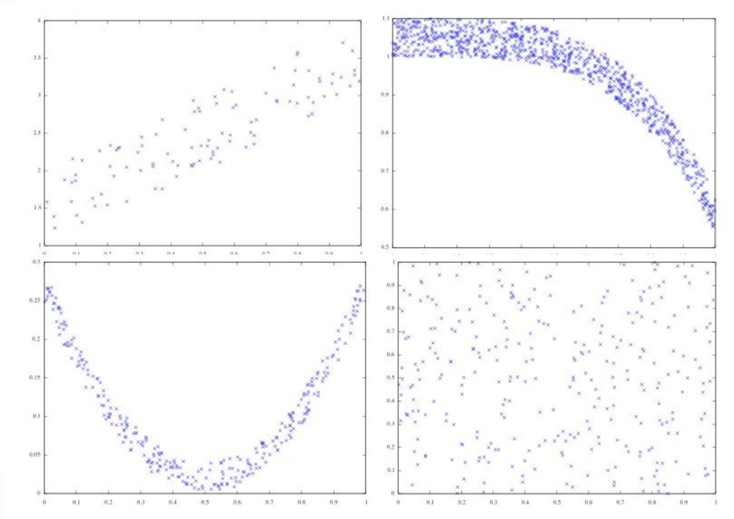
- Una correlación no implica que una variable causa a la otra.
- El que la correlación sea cero no implica que no hay una asociación entre dos variables, pues ésta podría ser no-lineal.

¿Calentamiento global causado por la disminución en el número de piratas?



https://www.venganza.org/piratesarecool4.gif

¿Pueden adivinar el signo de los coeficientes de correlación de estas gráficas?



Conclusiones

Å El coeficiente de correlación es una medida útil para la estimación de asociaciones lineales

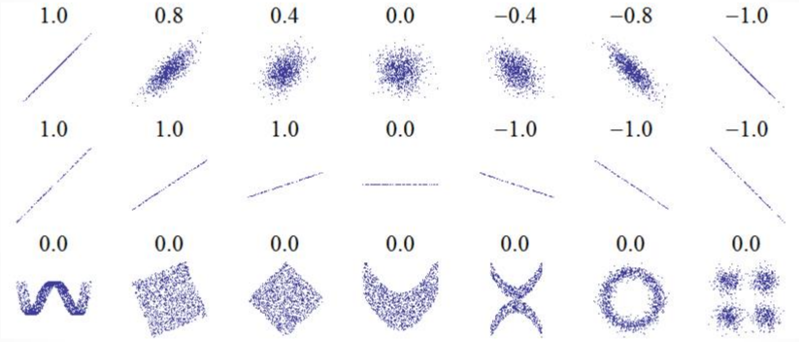
Å Debe usarse con cautela:
- o Supuesto de normalidad
- o Sólo detecta asociaciones lineales

Å No indica la "razón de cambio" en una asociación

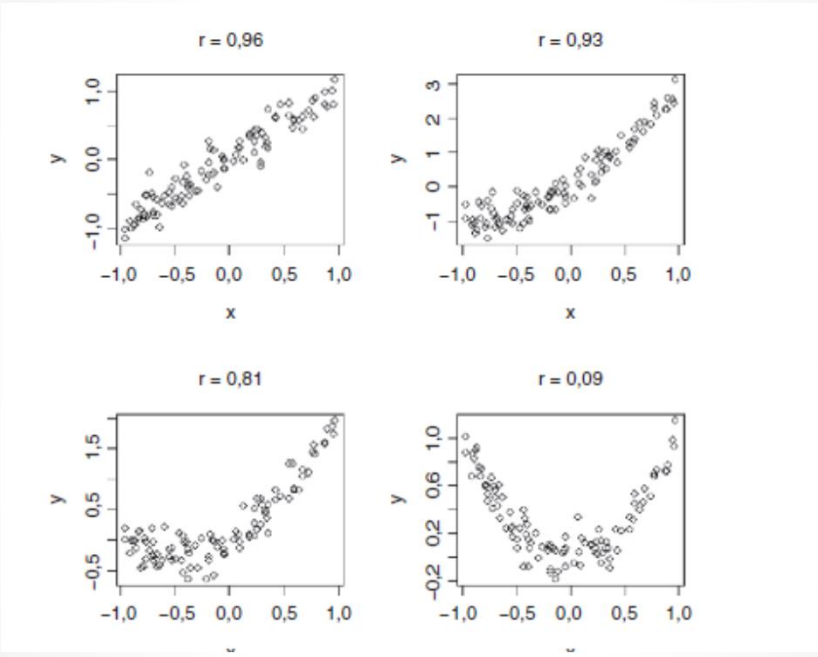
Å Medida de fácil comprensión, útil en distintos estudios.

Å Con equivalente no paramétrico (Spearman)

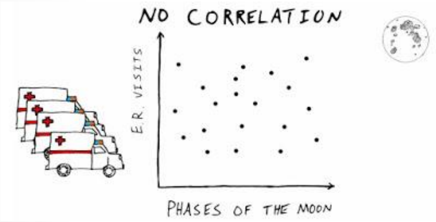
Diferentes coeficientes de correlación…

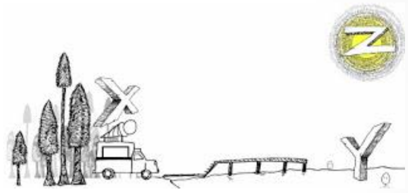


Wikipedia: File:Correlation examples.png



Dawson, pp. 109





https://vimeo.com/115188874

Correlación vs causalidad

Homero: *No hay siquiera un oso a la vista. ¡La "patrulla anti-osos" funciona de maravilla!*

Lisa: *Eso es un razonamiento falaz, Papá.*

Homero [sin comprender]: *Gracias, hija.*

Lisa: *Usando tu lógica, yo puedo afirmar que esta roca aleja a los tigres.*

Homero: *Hmmm, ¿y cómo funciona?*

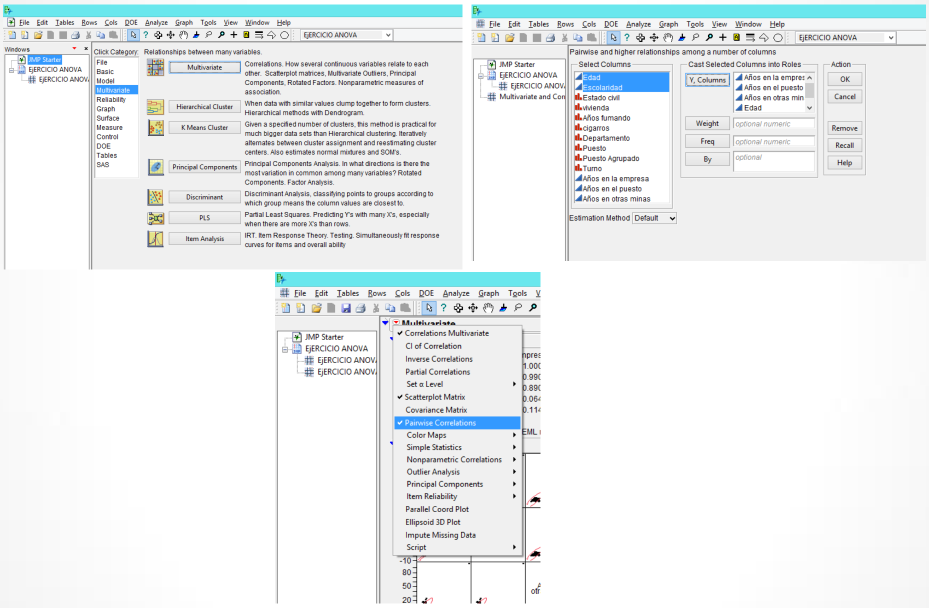
Lisa: *No funciona. (pausa) ¡Es sólo una roca estúpida!*

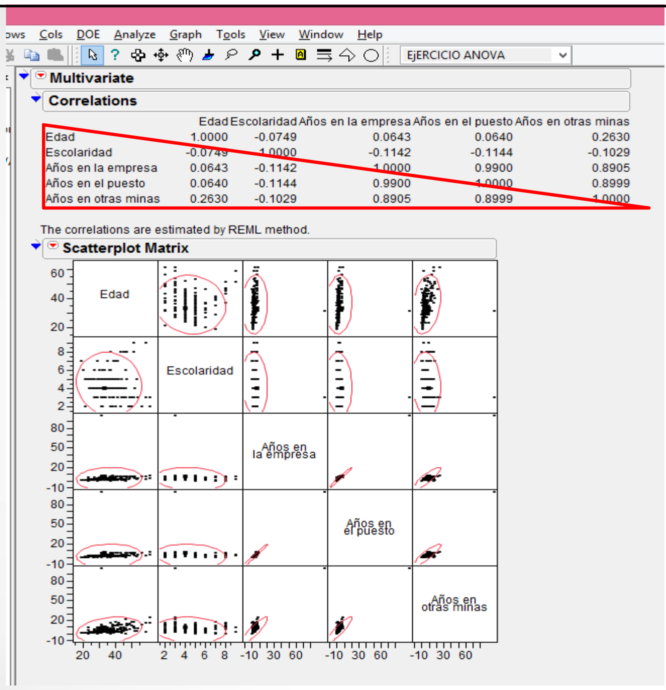
Homero: *Ajá.*

Lisa: *Pero no veo ningún tigre alrededor, ¿y tú?*

Homero: *(. . . pausa . . .) Lisa, quiero comprar tu roca.*

La ausencia de evidencia, no es evidencia de ausencia



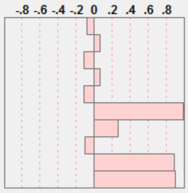


Matriz de correlación

Significancia estadística

Pairwise Correlations

Variable	by Variable	Correlation	Count	Lower 95%	Upper 95%	Signif Prob
Escolaridad	Edad	-0.0749	197	-0.2124	0.0656	0.2957
Años en la empresa	Edad	0.0643	197	-0.0762	0.2023	0.3695
Años en la empresa	Escolaridad	-0.1142	197	-0.2500	0.0260	0.1101
Años en el puesto	Edad	0.0640	197	-0.0765	0.2020	0.3714
Años en el puesto	Escolaridad	-0.1144	197	-0.2502	0.0258	0.1095
Años en el puesto	Años en la empresa	0.9900	197	0.9868	0.9925	<.0001*
Años en otras minas	Edad	0.2630	197	0.1280	0.3886	0.0002*
Años en otras minas	Escolaridad	-0.1029	197	-0.2392	0.0375	0.1503
Años en otras minas	Años en la empresa	0.8905	197	0.8574	0.9162	<.0001*
Años en otras minas	Años en el puesto	0.8999	197	0.8695	0.9235	<.0001*



Matriz de correlación

	edad	escola~d	aosenl~a	aosene~o	aoseno~s
edad	1.0000				
escolaridad	-0.0749	1.0000			
	0.2957				
aosenlaemp~a	0.0643	-0.1142	1.0000		
	0.3695	0.1101			
aosenelpue~o	0.0640	-0.1144	0.9900	1.0000	
	0.3714	0.1095	0.0000		
aosenotras~s	0.2630	-0.1029	0.8905	0.8999	1.0000
	0.0002	0.1503	0.0000	0.0000	

Actividad de clase:

Revisar artículos

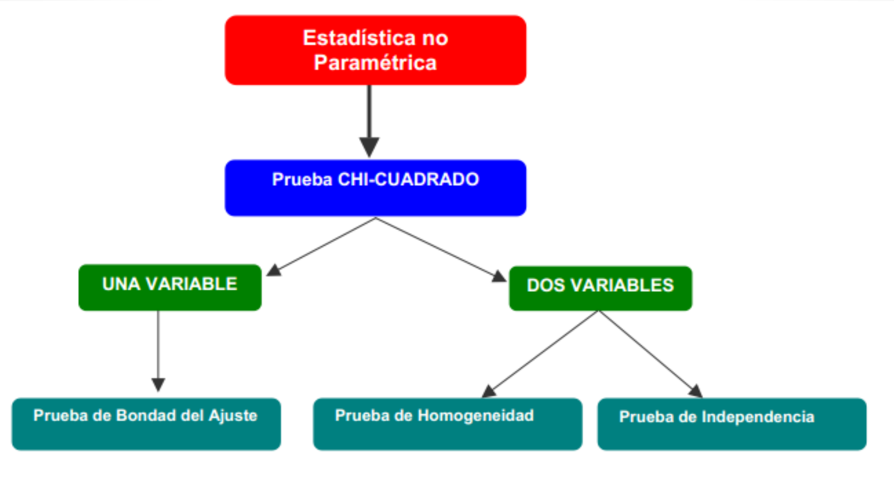
1)Plomo en operarios
2)Relación entre productividad y satisfacción
3)Factores psicosociales y desempeño

Prueba de X^2

Esta prueba, usada frecuentemente, puede decirnos si existe una diferencia en la proporción de una variable categórica que se desvíe por encima de lo previsible respecto al caso de una distribución regular entre los diferentes grupos, como enunciaría la hipótesis nula. Esta prueba se basa en la «bondad del ajuste» porque evalúa si los datos observados encajan con un modelo esperado cuando la hipótesis nula es cierta.

Se requieren dos variables nominales u ordinales (categorías)

Prueba de X^2



a) Prueba de Bondad de Ajuste

- Consiste en determinar si los datos de cierta muestra corresponden a cierta distribución poblacional. En este caso es necesario que los valores de la variable en la muestra y sobre la cual queremos realizar la inferencia esté dividida en clases de ocurrencia, o equivalentemente, sea cual sea la variable de estudio, deberemos categorizar los datos asignado sus valores a diferentes clases o grupos.

b) Prueba de Homogeneidad

Varias muestras cualitativas, consiste en comprobar si varias muestras de una carácter cualitativo proceden de la misma población (por ejemplo: ¿estas tres muestras de alumnos provienen de poblaciones con igual distribución de aprobados?. Es necesario que las dos variables medibles estén representadas mediante categorías con las cuales construiremos una tabla de contingencia.

c) Prueba de Independencia

Consistente en comprobar si dos características cualitativas están relacionadas entre sí (por ejemplo: ¿el color de ojos está relacionado con el color de los cabellos?). Aunque conceptualmente difiere del anterior, operativamente proporciona los mismos resultados. Este tipo de contrastes se aplica cuando deseamos comparar una variable en dos situaciones o poblaciones diferentes, i.e., deseamos estudiar si existen diferencias en las dos poblaciones respecto a la variable de estudio

Prueba de independencia

¿Qué significa que una variable sea independiente de otra?

No hay asociación

Nos interesa que haya asociación entre las variables

Prueba de dependencia

Para esta prueba se hace una comparación entre un valor teórico o esperado vs uno observado.

Ejemplo

¿Cómo se esperaría que fuera una tabla si no existiera relación entre la variable dependiente e independiente?

Si las posturas forzadas no se asocia a TME, como se vería una tabla tetracórica que ejemplifica esa relación?

Estadígrafo

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}.$$

En donde:

O = frecuencia observada en una celdilla

E = frecuencia esperada (teórica) en una celdilla

≲ = suma o sumatoria de…

Se espera que si no hay relación, haya la misma cantidad de sujetos en cada casilla, pues los valores son independientes.

Distribución Esperada

	Enfermos	No enfermos	
Expuestos	x1	x2	X1+X2
No expuestos	x3	x4	X3+X4
	X1+X3	X2+X4	X1+X2+X3+X4

Noriega, 2000

La distribución teórica (o esperada) podría entenderse de la siguiente manera al distribuir a 400 individuos que no tienen relación entre las dos variables en estudio:

Distribución Esperada

	Enfermos	No enfermos	
Expuestos	100	100	200
No expuestos	100	100	200
	200	200	400

Distribución Observada

	Enfermos	No enfermos	
Expuestos	150	50	200
No expuestos	50	150	200
	200	200	400

Noriega, 2000

La X^2 busca si existe diferencias entre una distribución teórica o casos esperados y una distribución real o casos observados se muestra a continuación:

Datos esperados

	Enfermos	No enfermos	
Expuestos	$150^{(100)}$	$50^{(100)}$	200
No expuestos	$50^{(100)}$	$150^{(100)}$	200
	200	200	400

Noriega, 2000

	Enfermos	No enfermos	
Expuestos	150 (100)	50 (100)	200
No expuestos	50 (100)	150 (100)	200
	200	200	400

Celdilla superior izquierda	150 - 100 =	50
Celdilla superior derecha	50 - 100 =	- 50
Celdilla inferior izquierda	50 - 100 =	- 50
Celdilla inferior derecha	150 - 100 =	50

El cálculo de los valores esperados:

$$E = \frac{TMR \times TMC}{TT}$$

E = valores esperados
TMR = total marginal en el renglón de la celdilla
TMC = total marginal en la columna de la celdilla
TT = Población total

Noriega, 2000

Ejemplo

Nos interesa saber la relación entre dos factores, se obtuvieron los siguientes datos :

$$E = \frac{TMR \times TMC}{TT}$$

57	30	87
26	50	76
83	80	163

E para la celdilla superior izquierda $= \frac{87 \times 83}{163} = 44.3$

E para la celdilla superior derecha $= \frac{87 \times 80}{163} = 42.7$

E para la celdilla inferior izquierda $= \frac{76 \times 83}{163} = 38.7$

E para la celdilla inferior derecha $= \frac{76 \times 80}{163} = 37.3$

Noriega, 2000

Posterior al calculo de los valores esperados, ya se puede proceder a completar la tabla de riesgo, tanto con la distribución teórica como con la distribución observada para su posterior comparación.

57 (44.3)	30 (42.7)	87
26 (38.7)	50 (37.3)	76
83	80	163

Celdilla superior izquierda = 57 ï 44.3 = 12.7

Celdilla superior derecha = 30 ï 42.7 = -12.7

Celdilla inferior izquierda = 26 ï 38.7 = -12.7

Celdilla inferior derecha = 50 ï 37.3 = 12.7

Noriega, 2000

57 (44.3)	30 (42.7)	87
26 (38.7)	50 (37.3)	76
83	80	163

$$X^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

$$X^2 = \frac{(57-44.3)^2}{44.3} + \frac{(30-42.7)^2}{42.7} + \frac{(26-38.7)^2}{38.7} + \frac{(50-37.3)^2}{37.3}$$

$$X^2 = \frac{(12.7)^2}{44.3} + \frac{(-12.7)^2}{42.7} + \frac{(-12.7)^2}{38.7} + \frac{(-12.7)^2}{37.3}$$

$$X^2 = \frac{161.29}{44.3} + \frac{161.29}{42.7} + \frac{161.29}{38.7} + \frac{161.29}{37.3}$$

$$X^2 = 3.64 + 3.77 + 4.16 + 4.32$$

$$X^2 = 15.89$$

Noriega, 2000

También es necesario conocer el número de **grados de libertad** de las variables que se quieren asociar.

GL (df=degree of freedom) = (No. de renglones – 1) X (No. de columnas – 1)

En el caso de las tablas de riesgo o de 2 X 2, el número de grados de libertad es siempre 1.

Noriega, 2000

Cuantiles de la distribución X^2 con un grado de libertad para valores más usados de 1-a

TABLA DE VALORES CRÍTICOS DE X^2

Alfa	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
g.l.						
1	1.64	2.71	3.84	5.41	6.64	10.83
2	3.22	4.60	5.99	7.82	9.21	13.82
3	4.64	6.25	7.82	9.84	11.34	16.27
4	5.99	7.78	9.49	11.67	13.28	18.46

$$\chi^2_{1,0.90} = 2.71$$

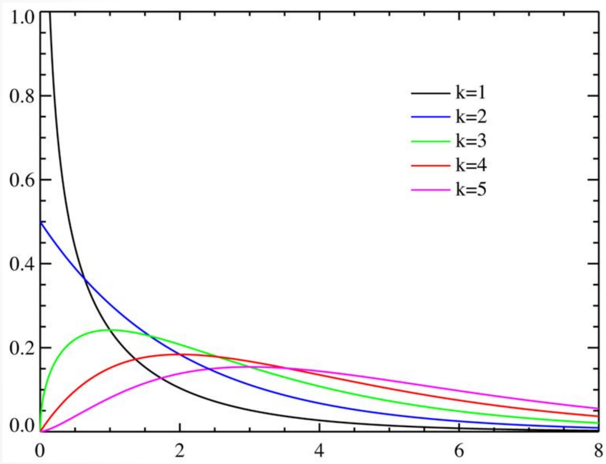
$$\chi^2_{1,0.95} = 3.84$$

$$\chi^2_{1,0.99} = 6.63$$

$$\chi^2_{1,0.999} = 10.83$$

Noriega, 2000

La distribución X^2



Media= k

Varianza=2k

Sesgo= $\sqrt{\frac{8}{k}}$

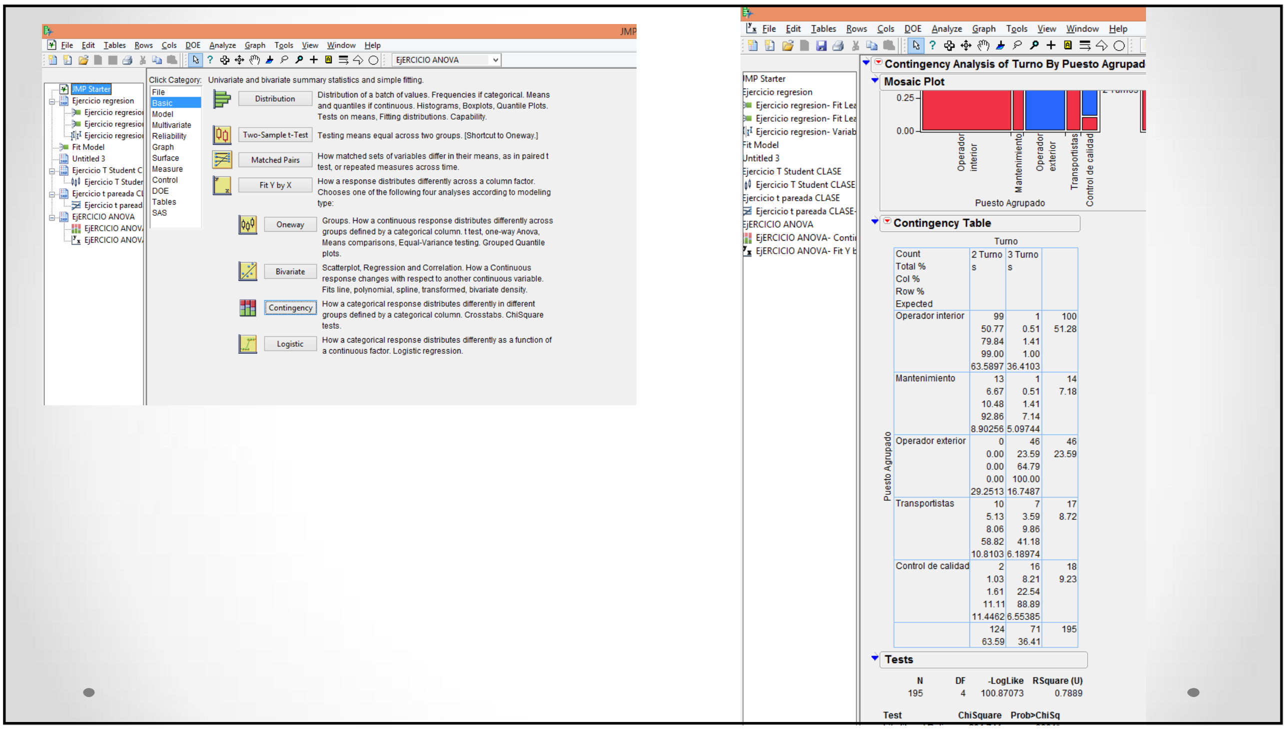
Curtosis=12/k

Å El valor de la X^2 es la diferencia entre la distribución teórica y la real.

Å Mientras más parecidas sean las dos distribuciones el valor (el número) de la X^2 será más pequeño, por lo tanto muestra independencia entre las variables.

Å Mientras la diferencia sea mayor, el valor será más grande, lo que hablará de la dependencia o relación o asociación entre las variables.

Noriega, 2010



Prueba Exacta de Fisher

- Se usa cuando algún valor **esperado** es menor que 5.
- Ejemplo: Posible asociación entre muerte por enfermedad cardiovascular e ingesta de sal.

Tipo de Dieta

	Alta en Sal	**Baja en Sal**	Totales
ECV	*2*	*23*	25
No ECV	*5*	*30*	35
Totales	7	53	60

Contingency Table

IV.17 Foniatra	Count Total % Col % Row % Expected	V.45 DX_Disfonia: No	V.45 DX_Disfonia: Disfonía	
	Si	4 2.90 3.81 66.67 4.56522	2 1.45 6.06 33.33 1.43478	6 4.35
	No	101 73.19 96.19 76.52 100.435	31 22.46 93.94 23.48 31.5652	132 95.65
		105 76.09	33 23.91	138

Tests

N	DF	-LogLike	RSquare (U)
138	1	0.14225901	0.0019

Test	ChiSquare	Prob>ChiSq
Likelihood Ratio	0.285	0.5938
Pearson	0.306	0.5802

Fisher's Exact Test	Prob	Alternative Hypothesis
Left	0.4418	Prob(V.45 DX_Disfonia=Disfonía) is greater for IV.17 Foniatra=Si than No
Right	0.8519	Prob(V.45 DX_Disfonia=Disfonía) is greater for IV.17 Foniatra=No than Si
2-Tail	0.6291	Prob(V.45 DX_Disfonia=Disfonía) is different across IV.17 Foniatra

Tarea 2

Ver Anexo 2

Ejercicios Taller Estadística II
Clase 2 Correlación y X^2

3. Métodos no paramétricos

- Surgen aproximadamente en 1930 son una propuesta distinta que busca estimar probabilidades en circunstancias que están fuera de los métodos paramétricos.
- Implica métodos menos sofisticados, más fáciles y rápidos de aplicar.
- Su nombre surge porque no formulan hipótesis sobre los parámetros.

Métodos Paramétricos	Métodos No Paramétricos
Prueba t para muestras independientes	U de Mann Whitney-Suma de rangos de Wilcoxon
Prueba t para muestras relacionadas	-Prueba de los Signos -Prueba de los Rangos con signos de Wilcoxon
ANOVA	-Kruskal Wallis -Análisis de Varianza de Friedman -Prueba Q de Cochran
Correlación de Pearson	Correlación de Spearman

CARACTERÍSTICAS

- Se utilizan cuando los datos no se ajustan a las suposiciones establecidas.
- Tienen menos poder que las pruebas paramétricas.
- No usan los valores **reales** de las variables.
- También se denominan métodos de distribución libre.

PRUEBA DE LA SUMA DE RANGOS DE WILCOXON

Å Es el análogo de la prueba t para dos muestras

Å No requiere que las poblaciones estén normalmente distribuidas, ni que las varianzas sean iguales.

Å También se le conoce como prueba U de Mann-Whitney

Supuestos

Å Los datos provienen de muestras aleatorias.

Å Los grupos son independientes.

Å Las variables por lo menos son ordinales.

Å Ho: media de las dos poblaciones son iguales.

La prueba calcula el llamado estadístico *U*, cuya distribución para muestras con más de 20 observaciones se aproxima bastante bien a la distribución normal

Estadístico de prueba:

$$Z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U}$$

Es el promedio de la suma de los rangos

$$\mu_U = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}$$

Desviación estándar

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

Donde:

U = Es sumatoria más pequeña de rangos.

n_1 = tamaño de la muestra del grupo1 (usualmente el más pequeño).

n_2 = tamaño de la muestra del grupo 2.

U_1 = sumatoria de los rangos del grupo 1.

U_2 = sumatoria de los rangos del grupo 2.

Pasos para efectuar la prueba

- Se ordenan los datos de la muestra.
- Se le asigna un rango a cada valor, los valores repetidos promedian su rango.
- Se determina el tamaño de las muestras (n_1 y n_2).
- Se calculan los valores de U_1 y U_2, se elije el más pequeño para comparar con los críticos.

Baja exposición a fenilalanina	Alta exposición a fenilalanina
nMa (meses)	nMA(meses)
34.5	28
37.5	35
39.5	37
40	37
45.5	43.5
47	44
47	45.5
47.5	46
48.7	48
49	48.3
51	48.7
51	51
52	52
53	53
54	53
54	54
55	54
56.5	55
57	
58.5	
58.5	

EJEMPLO

Índices de edad mental normalizados de dos muestras de niños que padecen fenilcetonuria

$H_{0=}\ \mu_1 = \mu_2$

$H_{A=}\ \mu_1 \neq \mu_2$

Å Paso 1 Ordenar los datos y asignarles un rango

Baja exposición a fenilalanina	Alta exposición a fenilalanina	Rango
	28	1
34.5		2
	35	3
	37	(4+5)/2=4.5
	37	4.5
37.5		6
39.5		7
40		8
	43.5	9
	44	10
45.5		11.5
	45.5	11.5
	46	13
47		14.5
47		14.5
47.5		16
	48	17
	48.3	18
48.7		19.5
	48.7	19.5
49		21
51		23

51	51	23
52	52	25.5
	53	28
53	53	28
54		31.5
54		31.5
	54	31.5
	54	31.5
55		34.5
	55	34.5
56.5		36
57		37
58.5		38.5
58.5		38.5
n2=21	n1=18	

U2	467
U1	313

$$\mu_U = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} \qquad \mu_U = \frac{18\ (18 + 21\ + 1)}{2} = 360$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} \qquad \sigma_U = \sqrt{\frac{18(21)(18 + 21\ + 1)}{12}} = 35.496$$

$$Z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U} \qquad Z = \frac{313 - 360}{35.496} = -1.32$$

El valor de -1.32 corresponde a una probabilidad de .093 por lo que no rechazamos la Hipótesis nula y concluimos que no hay evidencia suficiente para decir que las medias de coeficiente intelectual es distinta entre los grupos.

Cuando la muestra es pequeña <20

- Se suman de rangos de las ambas muestras :

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1 (n_1 + 1)}{2} - \Sigma R_1$$

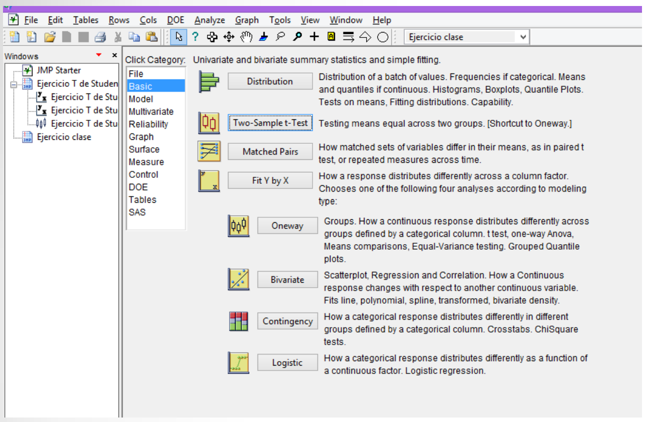
$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2 (n_2 + 1)}{2} - \Sigma R_2$$

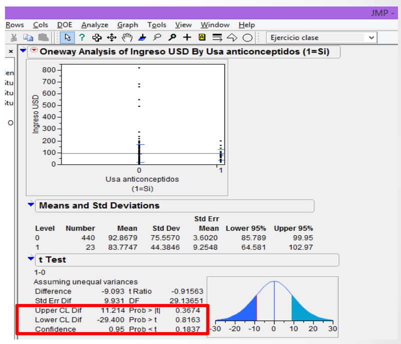
Imaginemos que tenemos dos poblaciones de 5 miembros cada uno y la suma de rangos en el primer grupo fue de 21 y el segundo de 4.

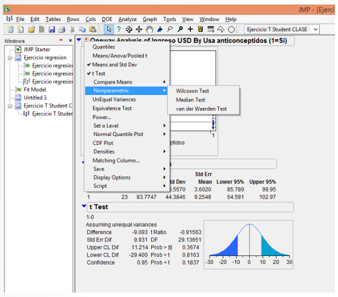
- Se elige la suma de rangos más pequeña (4) y se comparan con los valores críticos de U Mann-Whitney
- En caso de que el valor de U calculado no se localice en las tablas correspondientes, se transformará en la fórmula siguiente
- $U = n_1 n_2 - U'$
- En esta fórmula, U' corresponde al valor más alto.

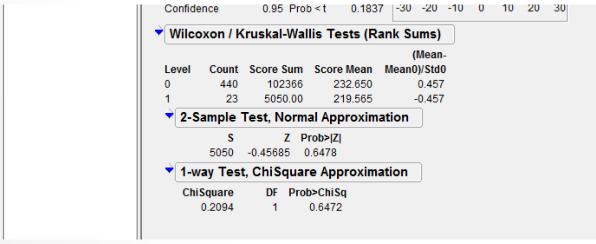
U \ n_1 ($n_2 = 5$)	1	2	3	4	5
0	0,167	0,047	0,018	0,008	0,004
1	0,333	0,095	0,036	0,016	0,008
2	0,500	0,190	0,071	0,032	0,016
3	0,667	0,286	0,125	0,056	0,028
4		0,429	0,196	0,095	0,048
5		0,571	0,286	0,143	0,075
6			0,393	0,206	0,111
7			0,500	0,278	0,155
8			0,607	0,365	0,210
9				0,452	0,274
10				0,548	0,345
11					0,421
12					0,500
13					0,579

Con esta probabilidad rechazamos la Ho.









PRUEBA DE LOS SIGNOS

Â Se puede usar para valores que **no son independientes**.

Â Es el análogo de la prueba t pareada.

Â No analiza los dos grupos individualmente, se centra en la diferencia de valores de cada par

Â Ho: la media de la diferencia entre pares = 0

Ho: $\Delta = 0$

- Las diferencias de exactamente cero no proporcionan información y se eliminan del análisis y en consecuencia el tamaño de la muestra se reduce

- Para la Ho esperamos tener la misma cantidad de signos + y – (por la que la probabilidad para cada uno es de ½).

- Por lo anterior los *n* signos positivos y negativos se consideran como variable aleatoria Bernulli, con probabilidad de éxito de p = 0.5

- El número total de signos positivos *D* es una variable aleatoria binomial con parámetros *n* y *p*.

- La cantidad media de signos + es una muestra de tamaño *n* es *np* = *n*/2 =

- La desviación estándar es $\sqrt{np(1-p)}$ $\sqrt{n/4}$

- El estadístico de prueba:

$$Z+ = \frac{D - (\frac{n}{2})}{\sqrt{n/4}}$$

No de pareja	Con instrucción	Sin instrucción	signo
1	1.5	2	-
2	2	2	0
3	3.5	4	-
4	3	2.5	+
5	3.5	4	-
6	2.5	3	-
7	2	3.5	-
8	1.5	3	-
9	1.5	2.5	-
10	2	2.5	-
11	3	2.5	+
12	2	2.5	-

Un equipo de investigación dental capacitaron a 12 personas respecto al tipo de cepillado e higiene bucal, se hicieron mediciones del antes y después de la capacitación buscando diferencias respecto a su higiene bucal, la mejor higiene se califica con la puntuación más baja.

$H_{0=}$ D= 0

$H_{A=}$ D≠ 0

Å D= 2

Å Media= n/2 = 11/2= 5.5

Å Desviación estándar= $\sqrt{\frac{11}{4}}=1.658$

$$Z+=\frac{2-5.5}{1.658}=-2.11$$

Å El área bajo la curva normal estándar a la derecha de z=-2.11 es p .0174, ésta es menor que 0.05, por lo que se rechaza Ho.

Å Podemos inferir que hay diferencias entre la higiene bucal de las personas que recibieron la capacitación y los que no.

SUPUESTOS

- Si el tamaño de muestra n es pequeño (<20), no siempre podemos suponer que el estadístico de prueba Z+ tiene una distribución normal estándar.

- En este caso utilizamos un procedimiento diferente para probar Ho.

$$\Pr(X = x) = \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{n-x}$$

- Por ello

$$= \binom{11}{0}(.5^{0})(.5^{11}) + \binom{11}{1}(.5^{1})(.5^{10}) + \binom{11}{2}(.5^{2})(.5^{9})$$

= .0327

Por lo que rechazamos Ho, por lo que las media de las diferencias es negativa. Con eso se concluye que la capacitación mejoró la higiene bucal de los participantes.

Prueba de Rangos con signos de Wilcoxon

- Equivalente a la t pareada, pero a diferencia de la prueba de signos, recupera mayor información al considerar las magnitudes de las diferencias.
- La hipótesis nula del contraste postula que las muestras proceden de poblaciones con la misma distribución de probabilidad.
- El contraste se basa en el comportamiento de las diferencias entre las puntuaciones de los elementos de cada par asociado.

PROCEDIMIENTO

- Calcular la suma de rangos positivos y negativos.
- Denotamos la suma menor (absoluta) mediante *T*.
- Según Ho esperamos que la muestra tenga cantidades iguales de rangos positivos y negativos.
- La suma de los rangos positivos deberá ser comparable en magnitud a la de los rangos negativos.

PROCEDIMIENTO

Â Estadístico para evaluar Ho:

$$ZT = \frac{T - \mu T}{\sigma T}$$

Â En el que

$$\mu T = \frac{n(n+1)}{4}$$

Es el promedio de la suma de los rangos y

$$\sigma T = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

Es la desviación estándar

Gasto Cardiaco	Dif= xi- 5.05	Rango de las dif	Rango asignado de las dif
4.91	-.14	1	-1
4.10	-.95	7	-7
6.74	+1.69	10	+10
7.27	+2.22	13	+13
7.42	+2.37	14	+14
7.50	+2.45	15	+15
6.56	+1.51	9	+9
4.64	-.41	3	-3
5.98	+.93	6	+6
3.14	-1.91	12	-12
3.23	-1.82	11	-11
5.80	+.75	5	+5
6.17	+1.12	8	+8
5.39	+.34	2	+2
5.77	+.72	4	+4
		T+ =86, T- =34, T=34	

El gasto cardiaco (litros/minuto) se midió por termodilución en una muestra aleatoria simple de 15 pacientes con cirugía cardiaca. Se pretende saber si la media de los participantes es distinto de la población 5.05.

$$\square\square = \frac{34 - 60}{17.61} = -1.476$$

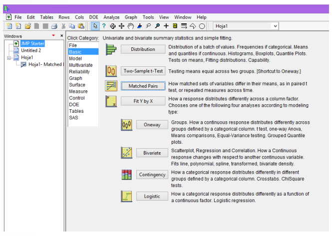
$$\square\square = \frac{15(15 + 1)}{4} = 60$$

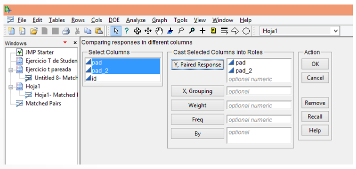
$$\square\square = \square\sqrt{\frac{15\square15 + 1\square(2 * 15 + 1)}{24}} = 17.61$$

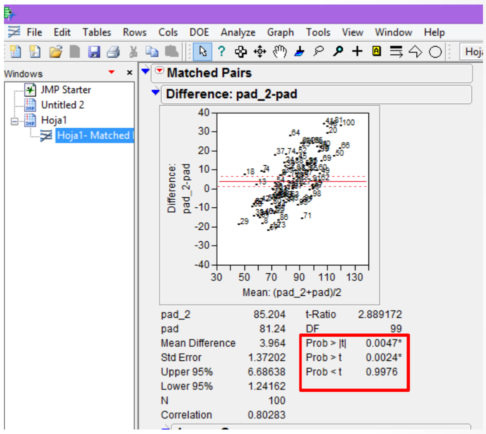
El área bajo la curva normal estándar de z= -1.476 es *p*=0.06997. Puesto que *p* es mayor que a=0.05, no rechazamos Ho y concluimos que la muestra no tiene una media distinta que la de la población.

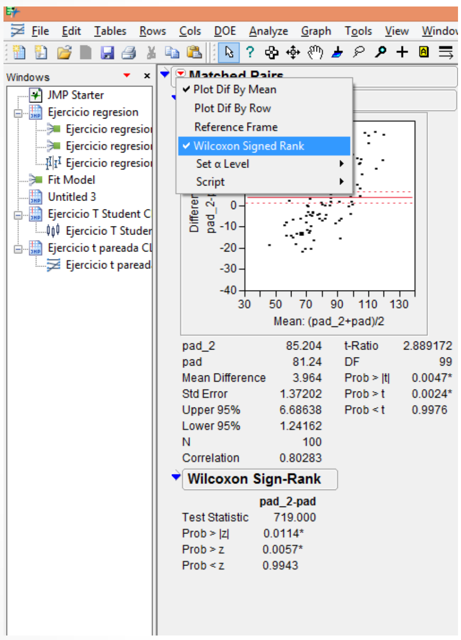
PRUEBA DE LOS SIGNOS

- D= 11
- n/2 = 13/2 = 6.5
- $\sqrt{n/4}$ $\sqrt{13/4}$
-
- $Z+ = \frac{D - \left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{n/4}}$ = 1.80
- $Z+ = \frac{11 - 6.5}{1.8}$ = 2.50
- El área bajo la curva normal estándar a la derecha de z=2.5 es p= 0.006, ésta es menor que 0.05, por lo que se rechaza Ho.
- Podemos inferir que el gasto de energía en reposo es más alto en personas con fibrosis quística que en personas saludables.






File Edit Tables Rows Cols DOE Analyze Graph Tools View Window Help
Windows
JMP Starter
Untitled 2
Hoja1
Hoja1- Matched
Matched Pairs
Difference: pad_2-pad
Difference: pad_2-pad
Mean: (pad_2+pad)/2
pad_2 85.204
pad 81.24
Mean Difference 3.964
Std Error 1.37202
Upper 95% 6.68638
Lower 95% 1.24162
N 100
Correlation 0.80283
t-Ratio 2.889172
DF 99
Prob > |t| 0.0047*
Prob > t 0.0024*
Prob < t 0.9976

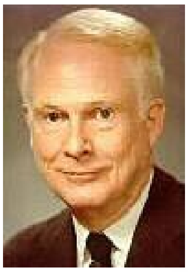

File Edit Tables Rows Cols DOE Analyze Graph Tools View Windo
Windows
JMP Starter
Ejercicio regresion
Fit Model
Untitled 3
Matched Pairs
Plot Dif By Mean
Plot Dif By Row
Reference Frame
Wilcoxon Signed Rank
Set α Level
Script
Mean: (pad_2+pad)/2
pad_2 85.204
pad 81.24
Mean Difference 3.964
Std Error 1.37202
Upper 95% 6.68638
Lower 95% 1.24162
N 100
Correlation 0.80283
t-Ratio 2.889172
DF 99
Prob > |t| 0.0047*
Prob > t 0.0024*
Prob < t 0.9976
Wilcoxon Sign-Rank
pad_2-pad
Test Statistic 719.000
Prob > |z| 0.0114*
Prob > z 0.0057*
Prob < z 0.9943

PRUEBA DE KRUSKAL-WALLIS (Análisis de una vía de varianza por rangos)

Å Cuando el análisis de la varianza no es aplicable debido a incumplimientos de las suposiciones del modelo, es necesario aplicar la prueba de Kruskal-Wallis para el contraste de k medianas. Esta prueba es una ampliación de la prueba de Mann-Whitney-Wilcoxon para dos medianas.

Å La prueba de Kruskal-Wallis fue propuesta por William Henry Kruskal (1919- 2005) y W. Allen Wallis (1912-1998) en el artículo "Use of ranks in one-criterion variance analysis" publicado en el “Journal of American Statistics Association” en 1952.

William H. Kruskal



W. Allen Wallis

La prueba de Kruskal-Wallis es el método más adecuado para comparar poblaciones cuyas distribuciones no son normales. Incluso cuando las poblaciones son normales, este contraste funciona muy bien.

La hipótesis nula de la prueba de Kruskal-Wallis es:

H_0: Las k medianas son todas iguales

H_a: Al menos una de las medianas es diferente

Características

- Esta prueba utiliza sólo la información que indica si las observaciones están o no por arriba o por debajo de un solo número, el cual es la mediana de las muestras combinadas.

- No utiliza directamente mediciones de cantidad conocida.

Procedimiento

- Las n_1, n_2, …., n_k observaciones de los k grupos se combinan en una sola serie de tamaño n y se clasifican en orden ascendente.

- Las observaciones, posteriormente se sustituyen por rangos desde 1, que es el asignado a la observación menor, hasta n, que se asigna a la observación mayor.

- Cuando dos o más observaciones tienen el mismo valor, a cada una de ellas se le da la media de los rangos en los cuales se encuentra empatada.

Procedimiento

- Los rangos asignados a las observaciones en cada uno de los k grupos se suman por separado para dar k sumas de rangos.
- La estadística de prueba es:

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} \frac{Rj^2}{n_j} - 3(n+1)$$

- k = número de grupos
- n_j= número de observaciones del j-ésimo grupo
- n = número de observaciones en todos los grupos combinados
- R_j = suma de los rangos en el j-ésimo grupo

Procedimiento

- Cuando hay más de cinco observaciones en uno o más grupos, H se compara con los valores tabulados de ji-cuadrada con k-1 grados de libertad.

Procedimiento

Å Los rangos asignados a las observaciones en cada uno de los *k* grupos se suman por separado para dar *k* sumas de rangos.

Å La estadística de prueba es:

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} \frac{Rj^2}{n_j} - 3(n+1)$$

Å k = número de grupos

Å n_j= número de observaciones del *j*-ésimo grupo

Å n = número de observaciones en todos los grupos combinados

Å R_j = suma de los rangos en el *j*-ésimo grupo

Ejercicio

Se probó la dosis de un nuevo medicamento para disminuir las concentraciones de colesterol en sangre, participaron 22 sujetos en 3 grupos de estudio y se registró la disminución que hubo. Pruebe si alguna dosis del nuevo medicamento tuvo una modificación sobre el colesterol.

Disminución de colesterol mg/dl

D1	D2	D3
15	15	13
15	16	15
25	16	25
25	25	25
25	28	35
33	28	
43	28	
	28	
	35	
	43	

¿Es posible concluir que los 3 grupos representados por las 3 muestras, difieren con respecto a la disminución de colesterol

Ho: Las 3 poblaciones no difieren en sus tiempos de reacción.

Ha: Por lo menos la media de un grupo es distinta

Grupos ordenados por Rangos

D1	Rango	D2	Rango	D3	Rango
15	3.5	15	3.5	13	1
15	3.5	16	6.5	15	3.5
25	10.5	16	6.5	25	10.5
25	10.5	25	10.5	25	10.5
25	10.5	28	15.5	35	19.5
33	18	28	15.5		
43	21.5	28	15.5		
		28	15.5		
		35	19.5		
		43	21.5		
R1:	**78**	**R2:**	**130**	**R3:**	**45**

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} \frac{Rj^2}{n_j} - 3(n+1)$$

$$H = \frac{12}{22(22+1)}\left[\frac{(78)^2}{7} + \frac{(130)^2}{10} + \frac{(45)^2}{5}\right] - 3(22+1)$$

H= 1.31

X^2 = 1.31, 2 `display 1- chi2(2, 1.31)`

p = 0.5194

Debido a que la probabilidad asociada a una X^2 de 1.31 con 2 gl corresponde a .51 no se rechaza Ho y concluímos que no hay diferencias entre los grupos.

Comparaciones múltiples

Å Prueba de Herve

- Análogo de Bonferroni para ANOVA
- A diferencia de Bonferroni ajusta el valor de alfa (y no del valor p) para cada comparación entre grupos.

www.ats.ucla.edu/stat/stata/whatstat/default.htm

What statistical analysis should I use?

The following table shows general guidelines for choosing a statistical analysis. We emphasize that these are general guidelines and should not be construed as hard and fast rules. Usually your data could be analyzed in multiple ways, each of which could yield legitimate answers. The table below covers a number of common analyses and helps you choose among them based on the number of dependent variables (sometimes referred to as outcome variables), the nature of your independent variables (sometimes referred to as predictors). You also want to consider the nature of your dependent variable, namely whether it is an interval variable, ordinal or categorical variable, and whether it is normally distributed (see What is the difference between categorical, ordinal and interval variables? for more information on this). The table then shows one or more statistical tests commonly used given these types of variables (but not necessarily the only type of test that could be used) and links showing how to do such tests using SAS, Stata and SPSS.

Number of Dependent Variables	Nature of Independent Variables	Nature of Dependent Variable(s)	Test(s)	How to SAS	How to Stata	How to SPSS
	0 IVs (1 population)	interval & normal	one-sample t-test	SAS	Stata	SPSS
		ordinal or interval	one-sample median	SAS	Stata	SPSS
		categorical (2 categories)	binomial test	SAS	Stata	SPSS
		categorical	Chi-square goodness-of-fit	SAS	Stata	SPSS
	1 IV with 2 levels (independent groups)	interval & normal	2 independent sample t-test	SAS	Stata	SPSS
		ordinal or interval	Wilcoxon-Mann Whitney test	SAS	Stata	SPSS
		categorical	Chi- square test	SAS	Stata	SPSS
			Fisher's exact test	SAS	Stata	SPSS
	1 IV with 2 or more levels (independent groups)	interval & normal	one-way ANOVA	SAS	Stata	SPSS
		ordinal or interval	Kruskal Wallis	SAS	Stata	SPSS
		categorical	Chi- square test	SAS	Stata	SPSS
	1 IV with 2 levels	interval & normal	paired t-test	SAS	Stata	SPSS
			Wilcoxon signed ranks			

INFINITUMC9C569
Acceso a Internet

http://www.ats.ucla.edu/stat/stata/whatstat/default.htm

El análisis de la varianza de Friedman

- Cuando K muestras iguales tienen sus observaciones medidas, por lo menos, en la escala ordinal, el análisis de la varianza de dos criterios de Friedman puede ser utilizado para probar si las K muestras han sido obtenidas de poblaciones diferentes.

- El arreglo en bloques consiste en colocar los datos en una tabla de doble entrada de n filas y k columnas. Las filas (bloques) representan a los distintos sujetos, unidades, animales, plantas, etc, etc., y las columnas a las diferentes condiciones (tratamientos, grupos, muestras, etc.)

- Al obtener los datos, éstos deben ser ordenados por rangos de 1 a K. Para cada condición (tratamiento) asumamos los rangos y denominamos este total R_j para la j-ésima columna.

- Para la Prueba de Friedman usamos el estadístico Ji-cuadrado dado por:

$$\chi_r^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum R_{.j}^2 - 3(K+1)$$

- N: número de filas o bloques

- K: número de tratamientos

- R_j es la suma de los rangos de la j-ésima columna. Conforme aumenta la cantidad de bloques en el experimento (más de 5) se puede aproximar el estadístico de Friedman a una distribución X^2 con (k-1) grados de libertad.

Ejemplo

- Se diseña un experimento de pruebas de degustación de modo que cuatro marcas de café colombiano sean clasificados por 9 expertos.

- Se da una clasificación en una escala de 7 puntos (1=en extremo desagradable, 7= en extremo agradable para cada una de las siguientes 4 categorías: sabor, aroma, cuerpo y acidez) la suma de los puntajes de las 4 característica. Los datos para cada experto se convierten a rangos.

Hipótesis

- Ho: las medianas de los resultados sumados (para las cuatro características) son iguales.

Md1=Md2=Md3=Md4 (las medianas son iguales)

- Ha: Por lo menos dos marcas tengan resultados diferentes

Por lo menos dos de las medianas son diferentes

Marcas				
Experto	A	B	C	D
1	24	26	25	22
2	27	27	26	24
3	19	22	20	16
4	24	27	25	23
5	22	25	22	21
6	26	27	24	24
7	27	26	22	23
8	25	27	24	21
9	22	23	20	19

La conversión de esta matriz de datos en Rangos (por filas) es:

Marcas				
Experto	A	B	C	D
1	2.0	4.0	3.0	1.0
2	3.5	3.5	2.0	1.0
3	2.0	4.0	3.0	1.0
4	2.0	4.0	3.0	1.0
5	2.5	4.0	2.5	1.0
6	3.0	4.0	1.5	1.5
7	4.0	3.0	1.0	2.0
8	3.0	4.0	2.0	1.0
9	3.0	4.0	2.0	1.0
Media Rango	25	34,5	20	10,5

$$\chi_r^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum R_j^2 - 3(K+1)$$

$$\chi_r^2 = \left[\frac{12}{9(4)(4-1)} \left(25^2 + 34.5^2 + 20^2 + 10.5^2\right) \right] - 3(9)(4+1) = 20.03$$

$$\chi_r^2 = \frac{12}{9x4x5} \left(25^2 + 34.5^2 + 20^2 + 10{,}5^2\right) - 3(9)(5) = 20{,}03$$

N: número de filas o bloques
K: número de tratamientos
R_j es la suma de los rangos de la j-ésima columna

- Puesto que F es mayor que el valor tabulado por tanto se rechaza Ho.
- Se puede concluir que hay diferencias importantes (percibidas por los expertos) con respecto a la calidad de las 4 marcas de café.

Tarea 3

Ver Anexo 3

Ejercicios Taller Estadística III
Clase 3
Métodos No paramétricos